www.sapientia.uji.es | 190

Problemas resueltos de Ingeniería Química

Vicente Sanz Solana
Nuria Vicente Agut



Col·lecció «Sapientia», núm. 190

PROBLEMAS RESUELTOS DE INGENIERÍA QUÍMICA

Vicente Sanz Solana, Nuria Vicente Agut

Departament d'Enginyeria Química

■ Codi de l'assignatura: QU0916



Publicacions de la Universitat Jaume I. Servei de Comunicació i Publicacions
Edifici Rectorat, planta 0. Av. Vicent Sos Baynat, s/n 12071 Castelló de la Plana
Tel. 964 72 8821   publicacions@uji.es

Colección Sapientia 190
www.sapientia.uji.es

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190



Publicacions de la Universitat Jaume I es miembro de la UNE, lo que garantiza la difusión y comercialización de sus publicaciones a nivel nacional e internacional. www.une.es.



Este libro, de contenido científico, ha estado evaluado por personas expertas externas a la Universitat Jaume I, mediante el método denominado revisión por iguales, doble ciego.

ÍNDICE

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Presentación

Este libro, *Problemas resueltos de Ingeniería Química*, junto unos materiales docentes editados en el 2015 bajo el título *Ingeniería Química (QU0916)*, está concebido para que el estudiantado de la Universitat Jaume I que cursa la asignatura con el mismo nombre en el Grado en Química durante el segundo semestre del segundo curso de la titulación (6 ECTS).

Este proyecto de libro de problemas resueltos surge de la necesidad de tener un manual de referencia que se ajuste al programa de la asignatura, y que permita al alumnado optimizar su tiempo de estudio y obtener un rendimiento satisfactorio en esta asignatura.

Problemas resueltos de Ingeniería Química está estructurado en cuatro bloques, cada uno de ellos se corresponde con un tema de la asignatura, donde se plantea y resuelve la colección de problemas:

- Bloque I. Balances de materia en sistemas sin reacción química
- Bloque II. Balances de energía total en sistemas sin reacción química
- Bloque III. Balances de materia en sistemas con reacción química. Reactores ideales
- Bloque IV. Balances de energía en sistemas con reacción química. Reactores ideales

Para cada enunciado, se presenta el diagrama del proceso, un resumen en el que se recogen y esquematizan los datos del enunciado, se plantean los balances de propiedad necesarios para la resolución del mismo, dando al alumnado las pautas necesarias para su resolución, y se incluye la solución gráfica y/o numérica correspondiente, con el fin de que el estudiantado pueda evaluar la resolución realizada. Al final del libro, en los «Anexos», se puede encontrar un formulario correspondiente a cada bloque.

Este libro, al igual que los materiales anteriormente ciados, es el resultado de la experiencia de los autores en el conjunto de las operaciones unitarias y de los procesos químicos. Pretende ser una herramienta de estudio del alumnado que le permita conocer, analizar, modelizar y calcular sistemas sin y con reacción química.

V. Sanz Solana, N. Vicente Agut
Castellón 2023

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

BLOQUE I

Balances de materia en sistemas sin reacción química

Problema 3.1

En una torre de destilación se introducen 100 kg/h de una mezcla que contiene 35 % de etanol y 65 % de agua. El destilado contiene un 85 % de etanol y el residuo un 5 % de etanol. Calcular:

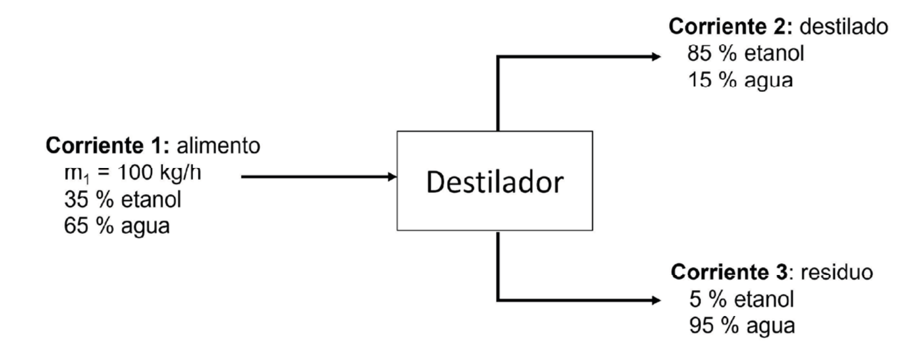
(a) kg de destilado por cada kg de alimento introducido.
(b) kg de residuo por cada kg de alimento introducido.
(c) kg de destilado por cada kg de residuo obtenido.

Datos y notas:

El sistema funciona en régimen estacionario.
Todos los porcentajes son en peso.

DIAGRAMA DEL PROCESO

El sistema puede representarse esquemáticamente mediante el siguiente diagrama:



DATOS

El sistema funciona en régimen estacionario y no hay reacciones químicas.
El proceso tiene una etapa (destilador) y dos componentes, el etanol (1) y el agua (2).
Los balances de materia se van a realizar en unidades másicas (kg/h) dado que los datos de las corrientes están en peso.

Según el enunciado, el caudal de alimento es: $m_1 := 100 \frac{kg}{hr}$

Las fracciones másicas de los componentes (kg componente/kg totales) de cada una de las corrientes del sistema son (*):

Corriente	Componente 1 (etanol)	Componente 2 (agua)
1	$w_{11} := 0.35$	$w_{21} := 0.65$
2	$w_{12} := 0.85$	$w_{22} := 0.15$
3	$w_{13} := 0.05$	$w_{23} := 0.95$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

(*) Las fracciones másicas siempre estarán referenciadas como w_{ji}, donde ***j*** hace referencia al componente e ***i*** a la corriente.

SOLUCIÓN

Planteando los balances de materia total y de componente en el destilador, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

BM total: $$m_1 = m_2 + m_3 \qquad (1)$$

BM etanol: $$m_1 \cdot w_{11} = m_2 \cdot w_{12} + m_3 \cdot w_{13} \qquad (2)$$

Es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, que puede resolverse fácilmente:

$$m_2 = m_1 - m_3$$

sustituyendo (1) en (2): $$m_1 \cdot w_{11} = (m_1 - m_3) \cdot w_{12} + m_3 \cdot w_{13}$$

$$m_1 \cdot (w_{11} - w_{12}) = m_3 \cdot (w_{13} - w_{12})$$

el caudal de residuo es: $$m_3 := \frac{m_1 \cdot (w_{11} - w_{12})}{(w_{13} - w_{12})} = 0.017\ \frac{kg}{s}$$

y el caudal de destilado: $$m_2 := m_1 - m_3 = 0.01\ \frac{kg}{s}$$

Los resultados se piden como las siguientes razones:

(a) $$\frac{m_2}{m_1} = 0.375$$ kg destilado/kg alimento

(b) $$\frac{m_3}{m_1} = 0.625$$ kg residuo/kg alimento

(c) $$\frac{m_2}{m_3} = 0.6$$ kg destilado/kg residuo

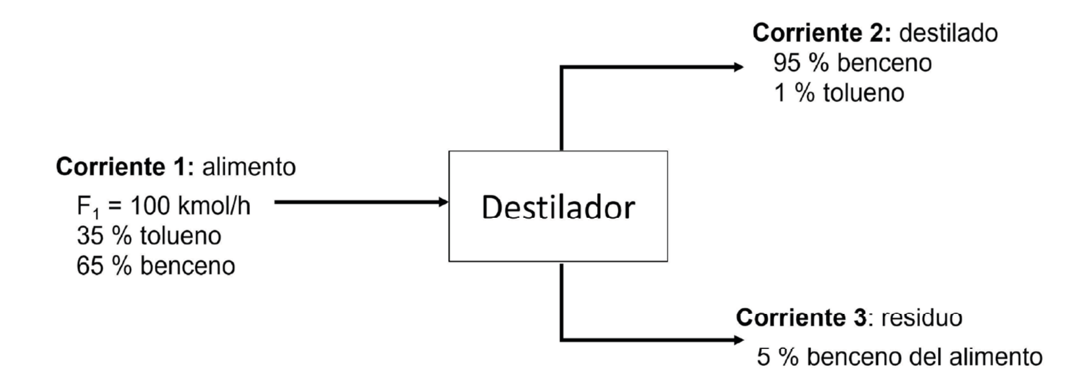
ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 3.2

Un proceso de destilación que funciona en régimen estacionario recibe una alimentación continua de 100 kmol/h de una mezcla que contiene un 35 % en moles de tolueno y un 65 % en moles de benceno. Del proceso se obtienen dos corrientes, una con una fracción molar de 0.99 de benceno y otra que contiene el 5 % del benceno de la alimentación. Hallar los caudales molares de ambas corrientes y la composición de la corriente rica en tolueno. Determinar el caudal másico y la composición en porcentaje en peso de la corriente de alimento.

DIAGRAMA DEL PROCESO

El sistema puede representarse esquemáticamente mediante el siguiente diagrama:



DATOS

El sistema funciona en régimen estacionario y no hay reacciones químicas.
El proceso tiene una etapa (destilador) y dos componentes, el benceno (1) y tolueno (2).
Los balances de materia se van a realizar en unidades molares (kmol/h) dado que los datos de las corrientes están en kmol y se indican las fracciones molares de las corrientes.

Según el enunciado, el caudal de alimento es: $F_1 := 100 \dfrac{kmol}{hr}$

Y las fracciones molares de los componentes (kmol componente/kmol totales) de cada una de las corrientes del sistema son:

Corriente	Componente 1 (C_6H_6, benceno)	Componente 2 (C_7H_8, tolueno)
1	$x_{11} := 0.65$	$x_{21} := 0.35$
2	$x_{12} := 0.99$	$x_{22} := 1 - x_{12}$
3	x_{13}	x_{23}

La condición del problema es: $F_3 \cdot x_{13} = 0.05 \cdot F_1 \cdot x_{11}$

Para cualquier corriente: $\sum_j x_{ji} = 1$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

SOLUCIÓN

Planteando los balances de materia en estado estacionario al destilador y teniendo en cuenta la condición del problema:

BM total: $F_1 = F_2 + F_3$ (1)

BM benceno $F_1 \cdot x_{11} = F_2 \cdot x_{12} + F_3 \cdot x_{13}$ (2)

Condición del problema: $F_3 \cdot x_{13} = 0.05 \cdot F_1 \cdot x_{11}$ (3)

que es un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que se resuelve fácilmente:

Sustituyendo (3) en (2) $F_1 \cdot x_{11} = F_2 \cdot x_{12} + 0.05 \cdot F_1 \cdot x_{11}$ (4)

despejando F_2 y F_3

$$F_2 := \frac{F_1 \cdot x_{11} - 0.05 \cdot F_1 \cdot x_{11}}{x_{12}} = 62.4 \; \frac{kmol}{hr}$$

$$F_3 := F_1 - F_2 = 37.6 \; \frac{kmol}{hr}$$

La composición de la corriente rica en tolueno es:

$$x_{13} := \frac{0.05 \cdot F_1 \cdot x_{11}}{F_3} = 0.086$$

$$x_{23} := 1 - x_{13} = 0.914$$

Para el cálculo del caudal másico y la composición del alimento es necesario conocer los pesos moleculares de los componentes:

Peso molecular benceno: $PM_1 := 78 \; \frac{kg}{kmol}$

Peso molecular tolueno: $PM_2 := 92 \; \frac{kg}{kmol}$

El caudal del alimento será:

$$m_1 := \left(F_1 \cdot x_{11} \cdot PM_1\right) + \left(F_1 \cdot x_{21} \cdot PM_2\right) = 2.303 \; \frac{kg}{s} \qquad m_1 = \left(8.29 \cdot 10^3\right) \frac{kg}{hr}$$

y su composición másica:

$$w_{11} := \frac{F_1 \cdot x_{11} \cdot PM_1}{m_1} = 0.612$$ kg benceno/kg totales corriente 1

$$w_{21} := \frac{F_1 \cdot x_{21} \cdot PM_2}{m_1} = 0.388$$ kg tolueno/kg totales corriente 1

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

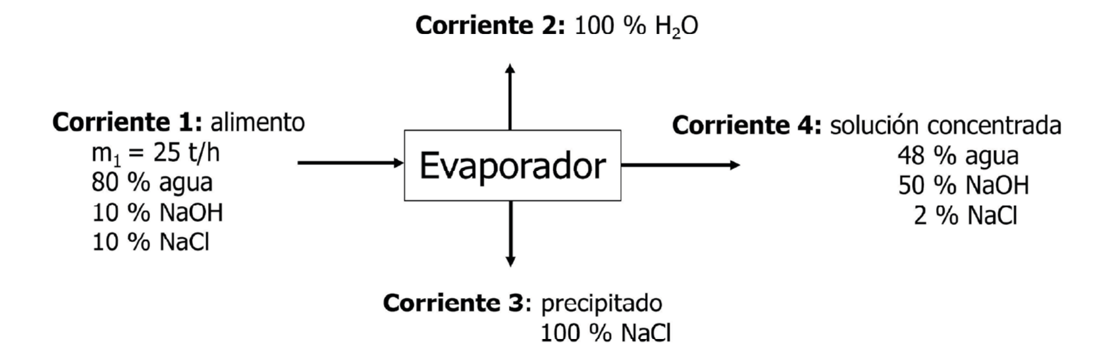
Problema 3.3

Un evaporador funciona en régimen estacionario y se alimenta continuamente con 25 toneladas/h de una disolución que contiene el 80 % de agua, el 10 % de NaOH y el 10 % de NaCl. Durante la evaporación, el NaCl precipita en forma cristalina y se sedimenta. La solución concentrada que abandona el evaporador contiene un 48 % de agua, un 50 % de NaOH y un 2 % de NaCl. Calcular:

(a) kg de agua evaporados por hora.
(b) kg de NaCl precipitados por hora.
(c) kg de solución concentrada producidos por hora.

DIAGRAMA DEL PROCESO

El sistema se representa esquemáticamente mediante el siguiente diagrama:



DATOS

El sistema funciona en régimen estacionario y no hay reacciones químicas.
El proceso tiene una etapa (evaporador) y tres componentes: H_2O (1), NaOH (2) y NaCl (3).
Los balances de materia se van a realizar en unidades másicas (kg/h).

Según el enunciado, el caudal de alimento es: $m_1 := 25\ \frac{tonne}{hr} = 25000\ \frac{kg}{hr}$

Y las fracciones másicas de los componentes (kg componente/kg totales) de cada una de las corrientes del sistema son:

Corriente	Componente 1 (H_2O)	Componente 2 (NaOH)	Componente 3 (NaCl)
1	$w_{11} := 0.80$	$w_{21} := 0.10$	$w_{31} := 0.10$
2	$w_{12} := 1$	$w_{22} := 0$	$w_{32} := 0$
3	$w_{13} := 0$	$w_{23} := 0$	$w_{33} := 1$
4	$w_{14} := 0.48$	$w_{24} := 0.50$	$w_{34} := 0.02$

SOLUCIÓN

Aplicando los balances al sistema:

BM total $\quad m_1 = m_2 + m_3 + m_4 \quad (1)$

BM H_2O $\quad m_1 \cdot w_{11} = m_2 \cdot w_{12} + m_3 \cdot w_{13} + m_4 \cdot w_{14} \quad (2)$

BM NaOH $\quad m_1 \cdot w_{21} = m_2 \cdot w_{22} + m_3 \cdot w_{23} + m_4 \cdot w_{24} \quad (3)$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

El NaOH es un componente enlace, por lo que la ecuación (3) puede resolverse directamente:

(c) $$m_4 := \frac{m_1 \cdot w_{21}}{w_{24}} = \left(5 \cdot 10^3\right) \frac{kg}{hr}$$

Nos queda un sistema de dos ecuaciones con dos incognitas, que se resuelve por cualquier método:

Despejando m_2 de la ecuación (1): $m_2 = m_1 - m_3 - m_4$

y sustituyendo en la ecuación (2): $m_1 \cdot w_{11} = \left(m_1 - m_3 - m_4\right) \cdot w_{12} + m_3 \cdot w_{13} + m_4 \cdot w_{14}$

$$m_1 \cdot w_{11} = m_1 \cdot w_{12} - m_3 \cdot w_{12} - m_4 \cdot w_{12} + m_3 \cdot w_{13} + m_4 \cdot w_{14}$$

Despejando m_3:

(b) $$m_3 := \frac{m_1 \cdot w_{11} - m_1 \cdot w_{12} + m_4 \cdot w_{12} - m_4 \cdot w_{14}}{w_{13} - w_{12}} = \left(2.4 \cdot 10^3\right) \frac{kg}{hr}$$

Despejando m_2:

(a) $$m_2 := m_1 - m_3 - m_4 = \left(1.76 \cdot 10^4\right) \frac{kg}{hr}$$

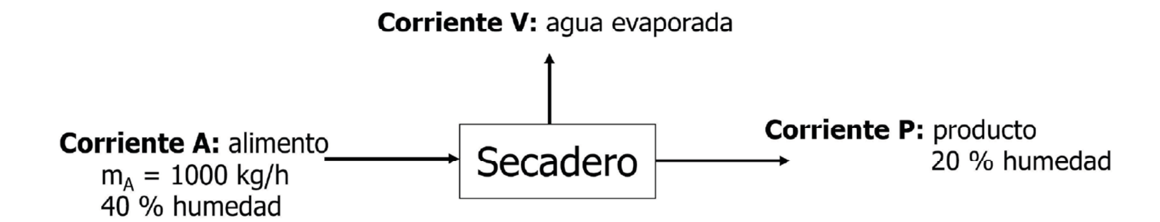
ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 3.4

Necesitamos secar 1000 kg/h de un sólido que posee una humedad del 40 %, hasta obtener un producto con una humedad del 20 %. ¿Qué cantidad de agua debemos eliminar?

DIAGRAMA DEL PROCESO

El sistema puede representarse esquemáticamente mediante el siguiente diagrama:



DATOS

El sistema funciona en régimen estacionario y no hay reacciones químicas.
El proceso tiene una etapa (secador) y dos componentes: agua (1) y sólido (2).

Según el enunciado, el caudal de alimento es: $m_A := 1000 \frac{kg}{hr}$

Y las fracciones másicas de los componentes de cada una de las corrientes del sistema son:

Corriente	Componente 1 (agua)	Componente 2 (sólido)
A	$w_{1A} := 0.40$	$w_{2A} := 0.60$
V	$w_{1V} := 1$	$x_{2V} := 0$
P	$w_{1P} := 0.20$	$w_{2P} := 0.8$

SOLUCIÓN

La suma de fraciones másicas de cada corriente es 1.

Aplicando balances al sistema:

BM total: $m_A = m_V + m_P$ (1)

BM sólido: $m_A \cdot w_{2A} = m_V \cdot w_{2V} + m_P \cdot w_{2P}$ (2)

Usando el sólido como componente enlace:

$$m_P := \frac{m_A \cdot w_{2A}}{w_{2P}} = 750 \frac{kg}{hr}$$

el caudal de agua evaporada será:

$$m_V := m_A - m_P = 250 \frac{kg}{hr}$$

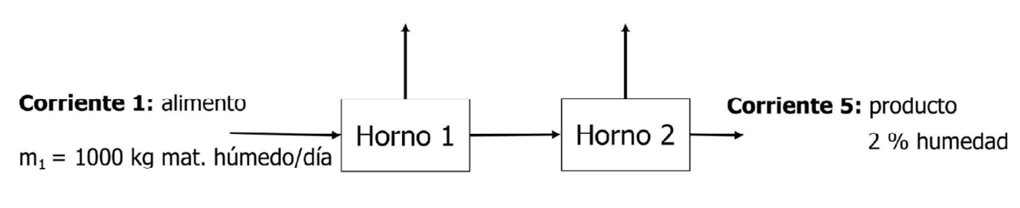
ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 3.5

En un secadero continuo, consistente en dos hornos instalados en serie, se deseca un material húmedo que contiene un 10 % de sólido y un 90 % de agua. El producto a la salida del primer horno contiene un 20 % de agua y, en el segundo horno, se reduce su contenido en humedad a un 2 %. Si la capacidad del secadero es de 1000 kg de sólido húmedo/día, calcular el peso de producto que diariamente sale de cada uno de los hornos.

DIAGRAMA DEL PROCESO

El sistema puede representarse esquemáticamente mediante el siguiente diagrama:



DATOS

El sistema funciona en régimen estacionario y no hay reacciones químicas.
El proceso tiene dos etapas (Horno 1 y Horno 2) y dos componentes: agua (1) y sólido (2).

Según el enunciado, el caudal de alimento es: $m_1 := 1000\ \frac{kg}{day}$

Para plantear los balances existen tres entornos posibles: Horno 1, Horno 2 y el sistema completo. En cada entorno se pueden plantear dos ecuaciones linealmente independientes.
Se deben elegir los dos entornos que convengan, normalmente empezando por la corriente mejor definida.

Las fracciones másicas de los componentes de cada una de las corrientes del sistema son:

Corriente	Componente 1 (sólido)	Componente 2 (agua)
1	$w_{11} := 0.10$	$w_{21} := 0.90$
2	$w_{12} := 0$	$w_{22} := 1$
3	$w_{13} := 0.80$	$w_{23} := 0.20$
4	$w_{14} := 0$	$w_{24} := 1$
5	$w_{15} := 0.98$	$w_{25} := 0.02$

SOLUCIÓN

Balance en el Horno 1:

BM total: $m_1 = m_2 + m_3$ (1)

BM sólido: $m_1 \cdot w_{11} = m_2 \cdot w_{12} + m_3 \cdot w_{13}$ (2)

Resolviendo el sistema:

$$m_3 := \frac{m_1 \cdot w_{11}}{w_{13}} = 125\ \frac{kg}{day}$$

$$m_2 := m_1 - m_3 = 875\ \frac{kg}{day}$$

Balance en el Horno 2:

BM total: $m_3 = m_4 + m_5$ (3)

BM sólido: $m_3 \cdot w_{13} = m_4 \cdot w_{14} + m_5 \cdot w_{15}$ (4)

Resolviendo el sistema:

$$m_5 := \frac{m_3 \cdot w_{13}}{w_{15}} = 102.041\ \frac{kg}{day}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

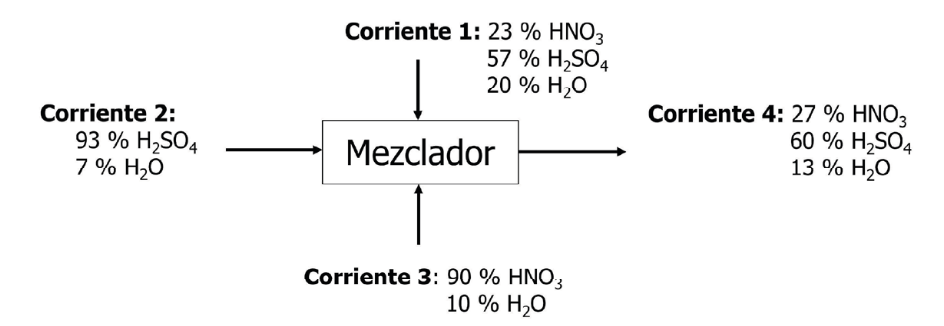
Problema 3.6

El ácido residual de un proceso de nitración contiene 23 % de ácido nítrico, 57 % de ácido sulfúrico y 20 % de agua en peso. Este ácido debe concentrarse, hasta que contenga un 27 % de HNO_3 y un 60 % de H_2SO_4, mediante la adición de ácido sulfúrico concentrado con un contenido del 93 % de de H_2SO_4 y de ácido nítrico concentrado con un 90 % de HNO_3.

Calcular los caudales másicos de ácido sulfúrico concentrado, ácido nítrico concentrado y ácido residual que deben combinarse para obtener 1000 kg/h de la mezcla deseada. El sistema funciona en régimen estacionario.

DIAGRAMA DEL PROCESO

El sistema puede representarse esquemáticamente mediante el siguiente diagrama:



DATOS

El sistema funciona en régimen estacionario y no hay reacciones químicas.
El proceso tiene una etapa (mezclador) y tres componentes: HNO_3 (1), H_2SO_4 (2) y H_2O (3).

Según el enunciado, el caudal de producto deseado es: $m_4 := 1000 \frac{kg}{hr}$

Las fracciones másicas de los componentes de cada una de las corrientes del sistema son:

Corriente	Componente 1 (HNO_3)	Componente 2 (H_2SO_4)	Componente 3 (H_2O)
1	$w_{11} := 0.23$	$w_{21} := 0.57$	$w_{31} := 0.20$
2	$w_{12} := 0$	$w_{22} := 0.93$	$w_{32} := 0.07$
3	$w_{13} := 0.90$	$w_{23} := 0$	$w_{33} := 0.10$
4	$w_{14} := 0.27$	$w_{24} := 0.60$	$w_{34} := 0.13$

SOLUCIÓN

Aplicando balances al mezclador:

BM total: $m_1 + m_2 + m_3 = m_4$ (1)

BM HNO_3: $m_1 \cdot w_{11} + m_2 \cdot w_{12} + m_3 \cdot w_{13} = m_4 \cdot w_{14}$ (2)

BM H_2SO_4: $m_1 \cdot w_{21} + m_2 \cdot w_{22} + m_3 \cdot w_{23} = m_4 \cdot w_{24}$ (3)

Se obtienen un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, que puede resolverse fácilmente:

$m_1 = 416.9 \frac{kg}{hr}$ $m_2 = 389.6 \frac{kg}{hr}$ $m_3 = 193.5 \frac{kg}{hr}$

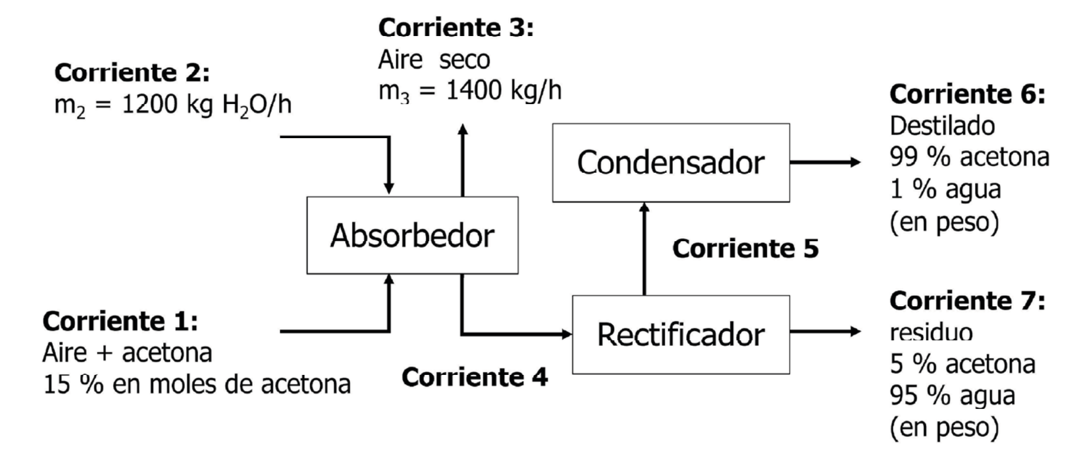
ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 3.7

Se desea recuperar la acetona que forma parte de una corriente gaseosa junto con aire. Las operaciones y los datos conocidos se detallan en el siguiente diagrama de flujo.

Calcular los valores de los caudales másicos de todas las corrientes.

DIAGRAMA DEL PROCESO



DATOS

El sistema funciona en régimen estacionario y no hay reacciones químicas.
El proceso tiene tres etapas (absorbedor, rectificador y condensador) y tres componentes: acetona (1), agua (2) y aire (3).

Según el enunciado, los caudales de las corrientes 2 y 3 son:

$$m_2 := 1200 \, \frac{kg}{hr} \qquad\qquad m_3 := 1400 \, \frac{kg}{hr}$$

El problema se resolverá en unidades másicas, por lo que es necesario recalcular los datos dados en unidades molares:

$$x_{11} := 0.15 \qquad x_{31} := 0.85 \qquad PM_1 := 58.08 \qquad PM_3 := 28.9$$

$$w_{11} := \frac{x_{11} \cdot PM_1}{x_{11} \cdot PM_1 + x_{31} \cdot PM_3} = 0.26 \qquad w_{31} := \frac{x_{31} \cdot PM_3}{x_{11} \cdot PM_1 + x_{31} \cdot PM_3} = 0.74$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Las fracciones másicas de los componentes de cada una de las corrientes del sistema son:

Corriente	Componente 1 (Acetona)	Componente 2 (Agua)	Componente 3 (Aire)
1	$w_{11}=0.26$	$w_{21}:=0$	$w_{31}:=0.74$
2	$w_{12}:=0$	$w_{22}:=1$	$w_{32}:=0$
3	$w_{13}:=0$	$w_{23}:=0$	$w_{33}:=1$
4	w_{14}	w_{24}	$w_{34}:=0$
5	w_{15}	w_{25}	$w_{35}:=0$
6	$w_{16}:=0.99$	$w_{26}:=0.01$	$w_{36}:=0$
7	$w_{17}:=0.05$	$w_{27}:=0.95$	$w_{37}:=0$

SOLUCIÓN

El sistema tiene, aparentemente, tres etapas; sin embargo, en el condensador solo se produce un cambio de energía, sin variación en la composición de las corrientes 5 y 6, por lo que se puede tratar como si tuviera 2 etapas. En cada entorno, se puede plantear tres ecuaciones independientes.

Balance en el absorbedor:

En este entorno es donde más información se tiene, por lo que hay que intentar empezar el problema por el absorbedor. Los balances son:

BM total: $m_1+m_2=m_3+m_4$ (1)

BM aire: $m_1 \cdot w_{31}=m_3 \cdot w_{33}$ (2)

BM agua: $m_2 \cdot w_{22}=m_4 \cdot w_{24}$ (3)

Además, en todas las corrientes siempre debe cumplirse que la suma de las fracciones de los componentes debe ser 1. En este problema, tendremos que en la corriente 4.

Corriente 4: $w_{14}+w_{24}+w_{34}=1$ (4)

Con lo que tenemos 4 ecuaciones con cuatro incognitas, que resolvemos por cualquier método.

$$m_1:=1895.73\ \frac{kg}{hr} \qquad m_4:=1695.73\ \frac{kg}{hr}$$

$$w_{24}:=\frac{m_2 \cdot w_{22}}{m_4}=0.71 \qquad w_{14}:=1-w_{24}-w_{34}=0.29$$

Balance en el rectificador-rondensador:

Los balances son:

BM total: $m_4=m_6+m_7$ (5)

BM agua: $m_4 \cdot w_{24}=m_6 \cdot w_{26}+m_7 \cdot w_{27}$ (6)

Que se resuelve por cualquier método.

$$m_6=437.17\ \frac{kg}{hr} \qquad m_7=1258.56\ \frac{kg}{hr}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

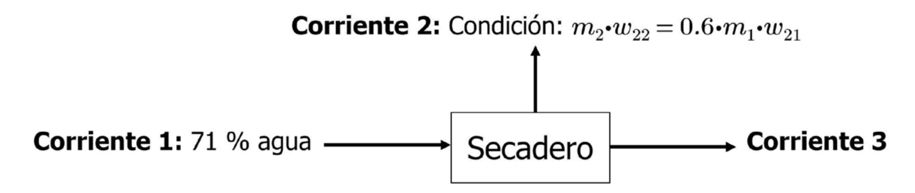
Problema 3.8

En un secadero continuo, que funciona en régimen estacionario, se introduce pulpa de papel que contiene un 71 % de agua en peso. A la salida de este se encuentra que se ha eliminado el 60 % del agua inicial. Calcular:

(a) La composición de la pulpa de papel a la salida.
(b) El peso de agua eliminada por cada kg de pulpa húmeda introducida.

DIAGRAMA DEL PROCESO

El sistema puede representarse esquemáticamente mediante el siguiente diagrama:



DATOS

El sistema funciona en régimen estacionario y no hay reacciones químicas.
El proceso tiene una etapa (Secadero) y dos componentes: pulpa de papel (1) y agua (2).

Según el enunciado, la condición que debe cumplirse es: $m_2 \cdot w_{22} = 0.6 \cdot m_1 \cdot w_{21}$

Se toma como base de cálculo: $m_1 := 100 \, \dfrac{kg}{hr}$

Las fracciones másicas de los componentes de cada una de las corrientes del sistema son:

Corriente	Componente 1 (pulpa de papel)	Componente 2 (agua)
1	$w_{11} := 0.29$	$w_{21} := 0.71$
2	$w_{12} := 0$	$w_{22} := 1$
3	w_{13}	w_{23}

SOLUCIÓN

Planteando los balances y la condición del problema:

BM total:	$m_1 = m_2 + m_3$	(1)
BM pulpa de papel:	$m_1 \cdot w_{11} = m_3 \cdot w_{13}$	(2)
Corriente 3:	$w_{13} + w_{23} = 1$	(3)
Condición problema:	$m_2 \cdot w_{22} = 0.6 \cdot m_1 \cdot w_{21}$	(4)

Con lo que tenemos 4 ecuaciones con cuatro incognitas, que resolvemos por cualquier método.

$$m_2 := 42.6 \ \frac{kg}{hr}$$

$$m_3 := 57.4 \ \frac{kg}{hr}$$

(a) La composición de la pulpa de papel a la salida es:

$$w_{13} := \frac{m_1 \cdot w_{11}}{m_3} = 0.51$$

$$w_{23} := 1 - w_{13} = 0.49$$

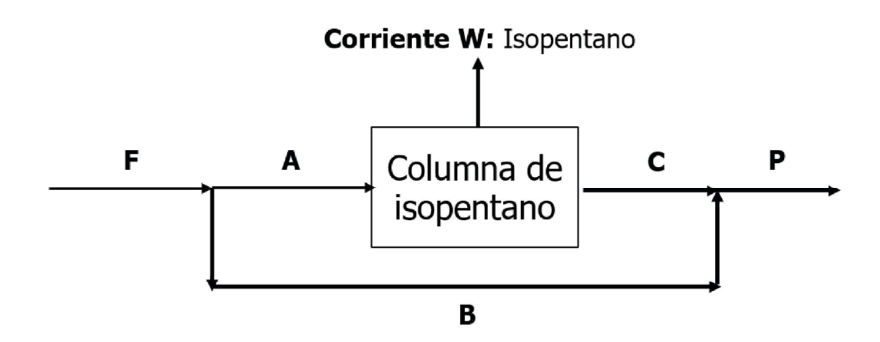
(b) La razón de kg agua eliminada por kg de pulpa húmeda introducida es:

$$Razón := \frac{m_2}{m_1} = 0.43$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 3.9

En una refinería de petróleo interesa rebajar el contenido en iso-pentano de una corriente que contiene inicialmente el 80 % de n-pentano yel 20 % de iso-pentano (en peso) hasta el 10 % de iso-pentano. Para ello se hace pasar a través de una unidad en la que se elimina por completo el iso-pentano y la corriente obtenida se mezcla con parte de la corriente de alimentación para conseguir la especificación deseada, de acuerdo con el siguiente esquema:



¿Qué cantidad de corriente de alimento se debe mezclar con la corriente producto sin pasar a través de la columna en la que se elimina el iso-pentano?

Nota: Todos los porcentajes son el peso.

DATOS

El sistema funciona en régimen estacionario y no hay reacciones químicas.
El proceso tiene tres etapas (divisor de la corriente F, columna, mezclador de las corrientes C y B) y dos componentes: n-pentano (1) y iso-pentano (2).

Se toma como base de cálculo: $m_F := 100\ \dfrac{kg}{hr}$

Las fracciones másicas de los componentes de cada una de las corrientes del sistema son:

Corriente	Componente 1 (n-pentano)	Componente 2 (iso-pentano)
F	$w_{1F} := 0.80$	$w_{2F} := 0.20$
A	$w_{1A} := 0.80$	$w_{2A} := 0.20$
B	$w_{1B} := 0.80$	$w_{2B} := 0.20$
W	$w_{1W} := 0$	$w_{2W} := 1$
C	$w_{1C} := 1$	$w_{2C} := 0$
P	$w_{1P} := 0.90$	$w_{2P} := 0.10$

SOLUCIÓN

Balance global:

BM total: $m_F = m_W + m_P$ (1)

BM n-pentano: $m_F \cdot w_{1F} = m_W \cdot w_{1W} + m_P \cdot w_{1P}$ (2)

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Resolviendo el sistema:

$$m_W = m_F - m_P$$

$$m_F \cdot w_{1F} = (m_F - m_6) \cdot w_{1W} + m_6 \cdot w_{16} = m_F \cdot w_{1W} - m_P \cdot w_{1W} + m_P \cdot w_{1P}$$

$$m_F \cdot w_{1F} = (m_F - m_6) \cdot w_{1W} + m_6 \cdot w_{16} = m_F \cdot w_{1W} + m_P \cdot (w_{1P} - w_{1W})$$

$$m_P := \frac{m_F \cdot (w_{1F} - w_{1W})}{w_{1P} - w_{1W}} = 88.89 \ \frac{kg}{hr} \qquad m_W := m_F - m_P = 11.11 \ \frac{kg}{hr}$$

Balance en la columna:

BM total $\qquad m_A = m_W + m_C \qquad$ (3)

BM n-pentano: $\qquad m_A \cdot w_{1A} = m_W \cdot w_{1W} + m_C \cdot w_{1C} \qquad$ (4)

Resolviendo el sistema:

$$(m_W + m_C) \cdot w_{1A} = m_W \cdot w_{1W} + m_C \cdot w_{1C}$$

$$m_W \cdot (w_{1A} - w_{1W}) = m_C \cdot (w_{15} - w_{1A})$$

$$m_C := \frac{(m_W \cdot (w_{1A} - w_{1W}))}{(w_{1C} - w_{1A})} = 44.44 \ \frac{kg}{hr} \qquad m_A := m_W + m_C = 55.56 \ \frac{kg}{hr}$$

Balance en el punto de unión:

$$m_F = m_A + m_B \qquad (5)$$

$$m_B := m_F - m_A = 44.44 \ \frac{kg}{hr}$$

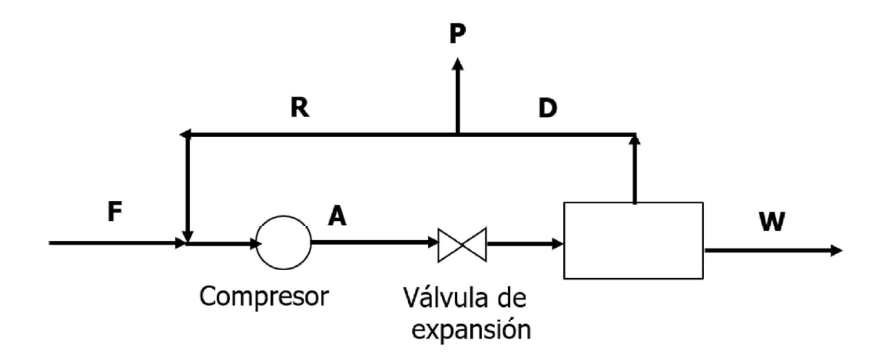
La razón de kg en el bypass por kg de alimento es:

$$Razón := \frac{m_B}{m_F} = 0.44$$ kg en el bypass/kg de alimento

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 3.10

Necesitamos separar un componente **X** de una mezcla **(X+Y).** Para ello empleamos un sistema de compresión-expansión adiabática tal como se muestra en la figura.



La mezcla **(X+Y)** se comprime y después se deja expansionar a través de una válvula condensando el componente **X** y quedando el componente **Y** en estado gaseoso. Sin embargo, parte del componente **X** es arrastrado por el componente **Y**, que al ser un producto valioso lo volvemos a introducir en el sistema. Si no verificamos una purga en la corriente de recirculación se nos irá acumulando continuamente el producto Y dentro del sistema.

La corriente de alimentación, que se introduce en el sistema a razón de 100 kg/h, está formada por un 80 % de **X** y un 20 % de **Y**. Debido a las características del compresor, nos interesa que la concentración de **Y** a la entrada del compresor sea del 40 %. La concentración de **X** en la corriente de recirculación (D) resulta ser del 30 %. Calcular:

(a) Cantidad de producto **X** obtenido por hora.
(b) Caudal másico (kg/h) de la corriente de purga.
(c) Cantidad de gas que ha de comprimir el compresor (kg/h).

DATOS

El sistema funciona en régimen estacionario y no hay reacciones químicas.
El proceso tiene tres etapas (mezclador de las corrientes R y F, separador y purga) y dos componentes: X y Y.

Caudal másico corriente alimento (F): $m_F := 100 \, \frac{kg}{hr}$

Las fracciones másicas de los componentes de cada una de las corrientes del sistema son:

Corriente	Componente X	Componente Y
F	$w_{XF} := 0.80$	$w_{YF} := 0.20$
A	$w_{XA} := 0.60$	$w_{YA} := 0.40$
R	$w_{XR} := 0.30$	$w_{YR} := 0.70$
P	$w_{XP} := 0.30$	$w_{YP} := 0.70$
D	$w_{XD} := 0.30$	$w_{YD} := 0.70$
W	$w_{XW} := 1$	$w_{YW} := 0$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

SOLUCIÓN

Balance mezclador de corrientes R y F:

BM total $m_A = m_F + m_R$ (1)

BM de X $m_A \cdot w_{XA} = m_F \cdot w_{XF} + m_R \cdot w_{XR}$ (2)

resolviendo el sistema:

$$(m_F + m_R) \cdot w_{XA} = m_F \cdot w_{XF} + m_R \cdot w_{XR}$$

$$m_F \cdot (w_{XA} - w_{XF}) = m_R \cdot (w_{XR} - w_{XA})$$

$$m_R := \frac{m_F \cdot (w_{XA} - w_{XF})}{(w_{XR} - w_{XA})} = 66.67 \frac{kg}{hr}$$

(c) $$m_A := m_F + m_R = 166.67 \frac{kg}{hr}$$

Balance en el separador:

BM total $m_A = m_D + m_W$ (3)

BM de X $m_A \cdot w_{XA} = m_D \cdot w_{XD} + m_W \cdot w_{XW}$ (4)

resolviendo el sistema:

$$m_D = m_A - m_W$$

$$m_A \cdot w_{XA} = (m_A - m_W) \cdot w_5 + m_W \cdot w_{XW}$$

$$m_A \cdot (w_{XA} - w_{XD}) = m_W \cdot (w_{XW} - w_{XD})$$

(a) $$m_W := \frac{(m_A \cdot (w_{XA} - w_{XD}))}{(w_{XW} - w_{XD})} = 71.43 \frac{kg}{hr}$$

$$m_D := m_A - m_W = 95.24 \frac{kg}{hr}$$

Balance en la purga:

BM total $m_D = m_R + m_P$

(b) $$m_P := m_D - m_R = 28.57 \frac{kg}{hr}$$

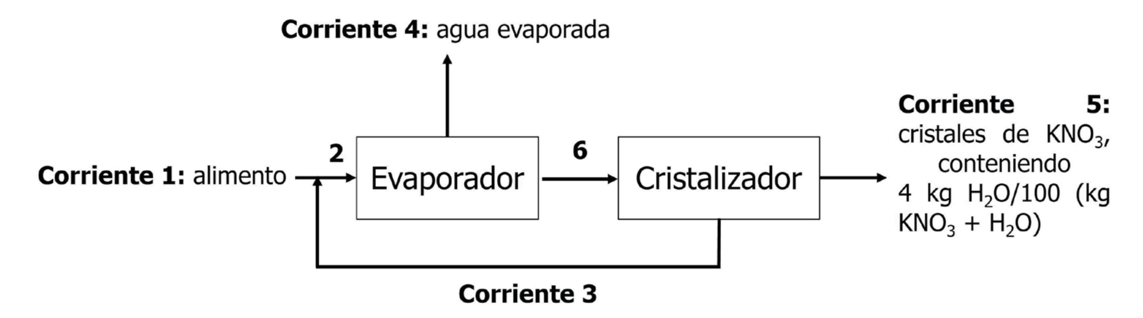
La razón de kg en el bypass por kg de alimento es:

$$Razón := \frac{m_D}{m_F} = 0.95$$ kg en el bypass/kg de alimento

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 3.11

Un sistema continuo de evaporación-cristalización funciona en régimen estacionario según el esquema siguiente:



La corriente alimento es de 10 toneladas/h, y la concentración de KNO_3 en la solución alimento es del 20 % en peso, la solución 3 está saturada (0.6 kg KNO_3/kg agua), y la solución 6 tiene una concentración del 50 % en peso de KNO_3, calcular:

(a) kg de agua eliminados por hora en el evaporador.
(b) Caudal másico (kg/h) de solución en las corrientes 6 y 3.

DATOS

El sistema funciona en régimen estacionario y no hay reacciones químicas.
El proceso tiene tres etapas (Mezclador corrientes 1 y 3, Evaporador, Cristalizador) y dos componentes: KNO_3 (1) y H_2O (2).

Según el enunciado la corriente alimento es: $m_1 := 10000 \, \frac{kg}{hr}$

Cálculo de las concentraciones según los datos del enunciado:

Corriente 3: $w_{13} := \frac{0.6}{1.6} = 0.375$ $\quad w_{23} := 1 - w_{13} = 0.625$

Corriente 5: $w_{25} := 0.04$ $\quad w_{15} := 1 - w_{25} = 0.96$

Las fracciones másicas de los componentes de cada una de las corrientes del sistema son:

Corriente	Componente 1 (KNO_3)	Componente 2 (H_2O)
1	$w_{11} := 0.20$	$w_{21} := 0.80$
2		
3	$w_{13} = 0.38$	$w_{23} = 0.63$
4	$w_{14} := 0$	$w_{24} := 1$
5	$w_{15} = 0.96$	$w_{25} = 0.04$
6	$w_{16} := 0.50$	$w_{26} := 0.50$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

SOLUCIÓN

Balance global:

BM total $m_1 = m_4 + m_5$ (1)

BM KNO_3 $m_1 \cdot w_{11} = m_4 \cdot w_{14} + m_5 \cdot w_{15}$ (2)

Resolviendo el sistema

$m_4 = m_1 - m_5$ $m_1 \cdot w_{11} = (m_1 - m_5) \cdot w_{14} + m_5 \cdot w_{15}$

$$m_1 \cdot (w_{11} - w_{14}) = m_5 \cdot (w_{15} - w_{14})$$

$$m_5 := \frac{m_1 \cdot (w_{11} - w_{14})}{(w_{15} - w_{14})} = 2083 \ \frac{kg}{hr}$$

(a) Los kg de agua eliminados por hora en el evaporador son:

$$m_4 := m_1 - m_5 = 7917 \ \frac{kg}{hr}$$

Balance en el cristalizador:

BM total $m_6 = m_3 + m_5$ (3)

BM de X $m_6 \cdot w_{16} = m_3 \cdot w_{13} + m_5 \cdot w_{15}$ (4)

Resolviendo el sistema

$$(m_3 + m_5) \cdot w_{16} = m_3 \cdot w_{13} + m_5 \cdot w_{15}$$

$$m_3 \cdot (w_{16} - w_{13}) = m_5 \cdot (w_{15} - w_{16})$$

(b) El caudal másico (kg/h) de solución en las corrientes 6 y 3 es:

$$m_3 := \frac{m_5 \cdot (w_{15} - w_{16})}{(w_{16} - w_{13})} = 7667 \ \frac{kg}{hr}$$

$$m_6 := m_3 + m_5 = 9750 \ \frac{kg}{hr}$$

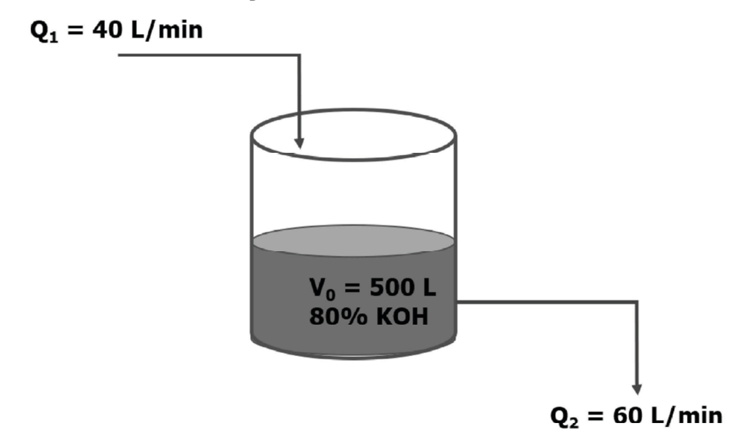
ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 3.12

En un tanque perfectamente agitado que contiene inicialmente 500 L de una disolución de KOH al 80 % en peso, se introduce una corriente de agua pura con un caudal de 40 L/min, al mismo tiempo que se extrae una corriente con un caudal de 60 L/min. Determinar las ecuaciones que nos dan la composición y la masa de disolución contenida en el tanque en función del tiempo. La densidad de las disoluciones se puede considerar que coincide con la del agua pura (1 kg/L).

DIAGRAMA DEL PROCESO

El diagrama queda definido del modo siguiente:



DATOS

El sistema funciona en régimen no estacionario.

Densidad de la disolución: $\rho := 1000\ \frac{kg}{m^3}$

Volumen y concentración iniciales en el tanque: $V_0 := 500\ L$ $\quad M_0 := V_0 \cdot \rho = 500\ kg$

$w_0 := 0.8$

Caudal y concentración de entrada: $Q_{L1} := 40\ \frac{L}{min}$ $\quad m_1 := Q_{L1} \cdot \rho = 40\ \frac{kg}{min}$

$w_1 := 0$

Caudal y concentración a la salida: $Q_{L2} := 60\ \frac{L}{min}$ $\quad m_2 := Q_{L2} \cdot \rho = 60\ \frac{kg}{min}$

$w_2 = w$

SOLUCIÓN

El balance siempre se plantea en términos másicos, pero considerando la densidad como factor común, también se puede plantear en términos volumétricos.

BM total $$m_2 - m_1 + \frac{dM}{dt} = \rho \cdot \left(Q_{L2} - Q_{L1} + \frac{dV}{dt}\right) = 0$$

$$Q_{L2} - Q_{L1} + \frac{dV}{dt} = 0$$

Reordenando $$\frac{dV}{dt} = Q_{L1} - Q_{L2}$$

Necesitaremos esta ecuación en el balance de componente

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Separando variables $$\int_{V_0}^{V} 1\, \mathrm{d}V = \left(Q_{L1} - Q_{L2}\right) \cdot \int_{0}^{t} 1\, \mathrm{d}t$$

Integrando $$V - V_0 = \left(Q_{L1} - Q_{L2}\right) \cdot t$$

Reordenando $$V(t) := V_0 + \left(Q_{L1} - Q_{L2}\right) \cdot t \qquad V(5 \cdot min) = 0.4\ m^3$$

Necesitaremos esta ecuación en el balance de componente

Planteando ahora el balance de componente en estado no estacionario:

BM componente: $$m_2 \cdot w_2 - m_1 \cdot w_1 + \frac{d(Mw)}{dt} = \rho \cdot \left(Q_{L2} \cdot w_2 - Q_{L1} \cdot w_1 + \frac{d(Vw)}{dt}\right) = 0$$

$$Q_{L2} \cdot w_2 - Q_{L1} \cdot w_1 + \frac{d(Vw)}{dt} = 0$$

OJO, los productos Q·w y V·w no tienen sentido físico y son consecuencia de la eliminación de la densidad en la ecuación

desarrollando la derivada: $$Q_{L2} \cdot w - Q_{L1} \cdot w_1 + V \cdot \frac{dw}{dt} + w \cdot \frac{dV}{dt} = 0$$

sustituyendo $$Q_{L2} \cdot w + \left(V_0 + \left(Q_{L1} - Q_{L2}\right) \cdot t\right) \cdot \frac{dw}{dt} + w \cdot \left(Q_{L1} - Q_{L2}\right) = 0$$

reordenando $$\left(V_0 + \left(Q_{L1} - Q_{L2}\right) \cdot t\right) \cdot \frac{dw}{dt} = w \cdot \left(-Q_{L1} + Q_{L2}\right) - Q_{L2} \cdot w = -w \cdot Q_{L1}$$

separando variables $$\int_{w_0}^{w} \frac{1}{-Q_{L1} \cdot w}\, \mathrm{d}w = \int_{0}^{t} \frac{1}{V_0 + \left(Q_{L1} - Q_{L2}\right) \cdot t}\, \mathrm{d}t$$

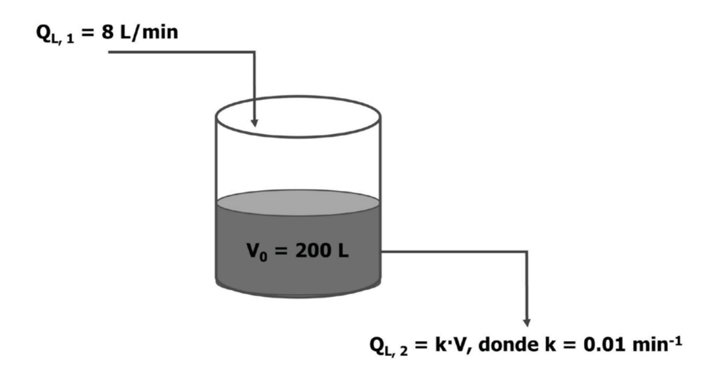
integrando $$\frac{-1}{Q_{L1}} \cdot ln\left(\frac{w}{w_0}\right) = \frac{1}{Q_{L1} - Q_{L2}} \cdot ln\left(\frac{V_0 + \left(Q_{L1} - Q_{L2}\right) \cdot t}{V_0}\right)$$

$$ln\left(\frac{w}{w_0}\right) = ln\left(\frac{V_0 + \left(Q_{L1} - Q_{L2}\right) \cdot t}{V_0}\right)^{\left(\frac{-Q_{L1}}{\left(Q_{L1} - Q_{2}\right)}\right)}$$

despejando $$w(t) := w_0 \cdot \left(\frac{V_0 + \left(Q_{L1} - Q_{L2}\right) \cdot t}{V_0}\right)^{\left(\frac{-Q_{L1}}{\left(Q_{L1} - Q_{L2}\right)}\right)} \qquad w(5 \cdot min) = 0.51$$

Problema 3.13

Un depósito tiene una capacidad máxima de 400 L y se encuentra inicialmente medio lleno. La tubería de descarga que sale de su base es muy larga, de forma que ofrece resistencia significativa al flujo de agua a su través. La fuerza que hace que fluya el agua es la debida a la altura de agua en el tanque y, de hecho, el caudal de salida es proporcional a dicha altura. Puesto que la altura es proporcional al volumen de agua que hay en el tanque, el caudal del agua de salida es:



El caudal de agua que entra en el tanque es constante. A la vista de la información adicional de la figura, decir si la cantidad de agua en el tanque aumentará, disminuirá o permanecerá constante. Si hay variación, calcular el tiempo necesario para que el tanque se llene o se vacíe por completo.

DATOS

El sistema funciona en régimen no estacionario.

Volumen inicial en el tanque: $V_0 := 200\ L$

Volumen máximo del tanque: $V_{max} := 400\ L$

Caudal de entrada: $Q_{L1} := 8\ \dfrac{L}{min}$

Caudal de salida: $Q_{L2} := k \cdot V$ $\quad k := 0.01 \cdot min^{-1}$

SOLUCIÓN

A la vista de la información proporcionada, el caudal de entrada es superior al caudal de salida, por lo que se llenará, así pues se puede calcular el tiempo que tardará en alcanzar el volumen máximo.

En un sistema de densidad constante, el balance total de materia puede expresarse:

$$Q_{L2} - Q_{L1} + \frac{d}{dt} V = 0$$

Teniendo en cuenta la expresión del caudal de salida y operando:

$$k \cdot V - Q_{L1} + \frac{d}{dt} V = 0$$

$$\left(\frac{d}{dt} V\right) = Q_{L1} - k \cdot V$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

$$\int_0^t 1\, dt = \int_{V_0}^{V} \frac{1}{(Q_{L1} - k \cdot V)}\, dV$$

Integrando y despejando el tiempo: $$t(V) := \frac{-1}{k} \cdot ln\left(\frac{(Q_{L1} - k \cdot V)}{(Q_{L1} - k \cdot V_0)}\right)$$

$$t(V_{max}) = 40.55\ min$$

despejando el volumen: $$V(t) := \frac{1}{k} \cdot \left(Q_{L1} - (Q_{L1} - k \cdot V_0) \cdot e^{-k \cdot t}\right)$$

$$V(t(V_{max})) = 0.4\ m^3$$

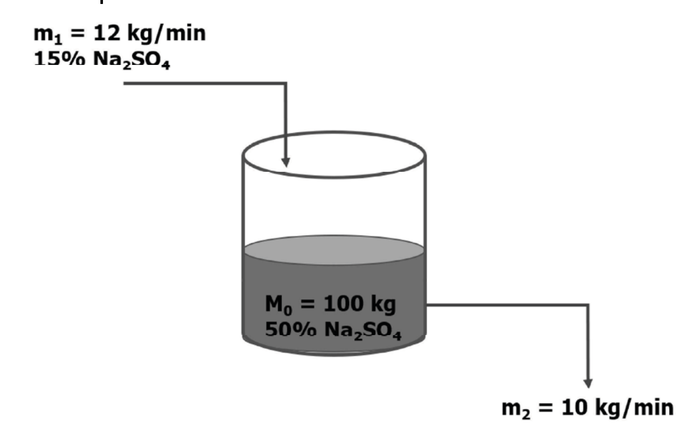
ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 3.14

Un tanque perfectamente agitado contiene inicialmente 100 kg de una disolución al 50 % de Na_2SO_4 en agua. En un instante dado se introduce en el tanque una corriente de disolución de Na_2SO_4 al 15 % con un caudal de 12 kg/min, al mismo tiempo que se extrae del tanque una corriente con caudal constante de 10 kg/min. Calcular:

(a) Una expresión que permita calcular la masa de disolución presente en el tanque en un instante determinado.
(b) Una expresión que permita calcular la concentración de Na_2SO_4 en el tanque en un instante determinado.
(c) La concentración de Na_2SO_4 en el tanque a los 10 minutos de comenzar la operación.

Datos y notas:
Todos los porcentajes son en peso.



DATOS

El sistema funciona en régimen no estacionario.

Masa y concentración inicial en el tanque: $M_0 := 100\ kg$ $\quad w_0 := 0.50$

Caudal y concentración de entrada: $m_1 := 12\ \frac{kg}{min}$ $\quad w_1 := 0.15$

Caudal y concentración de salida: $m_2 := 10\ \frac{kg}{min}$ $\quad w_2 = w$

SOLUCIÓN

La masa total en el tanque vendrá dada por el balance total de materia:

$$m_2 - m_1 + \frac{d}{dt}M = 0$$

$$\frac{d}{dt}M = m_1 - m_2$$

Necesitaremos esta ecuación en el balance de componente

$$\frac{1}{m_1 - m_2} \cdot \int_{M_0}^{M} 1\ dM = \int_0^t 1\ dt$$

(a) $$M = M_0 + (m_1 - m_2) \cdot t$$

Necesitaremos esta ecuación en el balance de componente

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

El cálculo de la concentracion con el tiempo vendrá dado por el balance de componente:

$$m_2 \cdot w_2 - m_1 \cdot w_1 + \frac{d}{dt}(M \cdot w) = 0$$

Sustituyendo w_2 = w y desarrollando la derivada

$$m_2 \cdot w - m_1 \cdot w_1 + M \cdot \left(\frac{d}{dt} w\right) + w \cdot \left(\frac{d}{dt} M\right) = 0$$

sustituyendo las dos euaciones anteriores:

$$m_2 \cdot w - m_1 \cdot w_1 + \left(M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t\right) \cdot \left(\frac{d}{dt} w\right) + w \cdot \left(m_1 - m_2\right) = 0$$

Reordenando y simplificando:

$$\left(M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t\right) \cdot \left(\frac{d}{dt} w\right) = m_1 \cdot w_1 - m_2 \cdot w - m_1 \cdot w + m_2 \cdot w = m_1 \cdot \left(w_1 - w\right)$$

Separando variables:

$$\int_{w_0}^{w} \frac{1}{m_1 \cdot \left(w_1 - w\right)} \, dw = \int_{0}^{t} \frac{1}{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t} \, dt$$

Integrando:

$$\frac{-1}{m_1} \cdot ln\left(\frac{m_1 \cdot \left(w_1 - w\right)}{m_1 \cdot \left(w_1 - w_0\right)}\right) = \frac{1}{m_1 - m_2} \cdot ln\left(\frac{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t}{M_0}\right)$$

Simplificando y reordenando:

$$\frac{m_1 \cdot \left(w_1 - w\right)}{m_1 \cdot \left(w_1 - w_0\right)} = \left(\frac{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t}{M_0}\right)^{\frac{-m_1}{m_1 - m_2}}$$

$$m_1 \cdot \left(w_1 - w\right) = m_1 \cdot \left(w_1 - w_0\right) \cdot \left(\frac{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t}{M_0}\right)^{\frac{-m_1}{m_1 - m_2}}$$

$$w_1 - w = \left(w_1 - w_0\right) \cdot \left(\frac{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t}{M_0}\right)^{\frac{-m_1}{m_1 - m_2}}$$

Despejando: **(b)**

$$w(t) := w_1 - \left(w_1 - w_0\right) \cdot \left(\frac{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t}{M_0}\right)^{\frac{-m_1}{m_1 - m_2}}$$

(c) $w(10\ min) = 0.27$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

BLOQUE II

Balances de energía total en sistemas sin reacción química

Problema 4.1

Se bombea agua desde el fondo de un pozo situado a 45 metros bajo tierra, con un caudal de 900 litros/hora a un tanque de almacenamiento abierto a la atmósfera, situado a 10 metros sobre tierra. Para evitar que el agua se congele durante el invierno, una pequeña resistencia suministra 9000 W al agua. Durante el transporte desde el pozo al depósito, el sistema pierde calor hacia los alrededores a una velocidad de 7000 W. Para elevar el agua se utiliza una bomba con una potencia de 1500 W. De la energía consumida por la bomba, el 55% es aportada al agua y el resto se disipa en forma de calor hacia los alrededores. Si la temperatura del agua en el pozo es de 2 ºC, calcular la temperatura a la que entra el agua al tanque de almacenamiento.

Datos y notas:
Despreciar la variación en la energía cinética. Calor específico del agua: 4200 J/(kg·K).

DATOS

Fluido: Agua

Calor específico agua: $c_p := 4200 \dfrac{J}{kg \cdot K}$

Densidad agua: $\rho := 1000 \dfrac{kg}{m^3}$

Caudal volumétrico: $Q_v := 900 \dfrac{L}{hr} = \left(2.5 \cdot 10^{-4}\right) \dfrac{m^3}{s}$

Caudal másico: $m := Q_v \cdot \rho = 0.25 \dfrac{kg}{s}$

Altura inicial: $z_1 := -45\ m$

Altura final: $z_2 := 10\ m$

Incremento de altura: $\Delta z := z_2 - z_1 = 55\ m$

La temperatura en el pozo es: $T_1 := 2\ °C$

Calor suministrado: $q_r := 9\ kW$

Calor perdido: $q_p := -7\ kW$

El calor aportado al sistema es positivo, mientras que el calor perdido por el sistema es negativo

Potencia nominal de la bomba: $W_{nominal} := 1500\ W$

Rendimiento de la bomba: $\eta := 0.55$

Potencia real bomba: $W_{real} := W_{nominal} \cdot \eta = 825\ W$

La variación de energía cinética es despreciable: $\dfrac{1}{2} \cdot \Delta\left(\dfrac{v^2}{\alpha}\right) = 0$

SOLUCIÓN

El balance de energía total, en estado estacionario, cuando el caudal másico de entrada y salida son iguales y no hay cambios de fase es:

$$c_p \cdot \Delta T + g \cdot \Delta z + \frac{1}{2} \cdot \Delta \frac{v^2}{\alpha} = q_{esp} + W_{esp} \qquad \text{siendo:} \qquad q_{esp} = \frac{q}{m} \qquad W_{esp} = \frac{W}{m}$$

Sustituyendo términos, el balance queda:

$$c_p \cdot (T_2 - T_1) + g \cdot (z_2 - z_1) = \frac{q_r + q_p}{m} + \frac{W_{real}}{m}$$

y despejando T2

$$T_2 := T_1 + \frac{q_r + q_p + W_{real}}{m \cdot c_p} - \frac{g \cdot (z_2 - z_1)}{c_p} = 4.6\ °C$$

$$\Delta T := T_2 - T_1 = 2.6\ \Delta °C$$

Se comprueba que la temperatura apenas ha cambiado.

ISBN: 978-84-19647-45-0

DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.2

Un fluido cuya capacidad calorífica específica es de 2,09 kJ/(kg·°C) entra en un cambiador de calor a una temperatura de 5 °C. La temperatura de salida es de 30 °C. El tubo de salida está situado a 7 m sobre el tubo de entrada. La velocidad del fluido a la entrada es de 3 m/s y a la salida de 30 m/s. El sistema funciona en régimen estacionario. El régimen de circulación a la entrada y a la salida es turbulento. Calcular:

(a) Cuántos kJ serán necesarios para calentar el fluido de 5 °C a 30 °C.
(b) Cuántos kJ serán necesarios para elevar el material.
(c) Cuántos kJ serán necesarios para aumentar la velocidad del fluido.
(d) Qué porcentaje de la variación total de energía que experimenta el fluido corresponde a la energía cinética y a la energía potencial.
(e) Calcular el calor que hay que suministrar al sistema para que éste funcione en las condiciones mencionadas.

DATOS

Calor específico del fluido:	$c_p := 2090 \ \frac{J}{kg \cdot K}$
Temperatura de entrada	$T_1 := 5 \ °C$
Temperatura de salida	$T_2 := 30 \ °C$
Diferencia de alturas:	$\Delta z := 7 \ m$
Régimen turbulento	$\alpha := 1$
Velocidad de entrada:	$v_1 := 3 \ \frac{m}{s}$
Velocidad de salida:	$v_2 := 30 \ \frac{m}{s}$
Estado estacionario	

SOLUCIÓN

En estado estacionario, con una única corriente de entrada y otra de salida, el balance de energía total es:

$$\Delta h + g \cdot \Delta z + \frac{1}{2} \cdot \Delta \frac{v^2}{\alpha} = q_{esp} + W_{esp} \qquad \text{siendo:} \quad q_{esp} = \frac{q}{m} \quad W_{esp} = \frac{w}{m}$$

Se deben calcular cada uno de los términos del balance de energía

(a) La entalpía específica a una temperatura, si no hay cambios de fase y considerando el calor específico constante, es:

$$h = h^0 + c_p \cdot \left(T - T^0\right)$$

y el incremento de entalpía se puede relacionar con el incremento de temperatura:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \left(h^0 + c_p \cdot \left(T_2 - T^0\right)\right) - \left(h^0 + c_p \cdot \left(T_1 - T^0\right)\right)$$

$$\Delta h := c_p \cdot \left(T_2 - T_1\right) = \left(5.225 \cdot 10^4\right) \ \frac{J}{kg}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

(b) El incremento de energía potencial es:

$$\Delta e_{pot} := g \cdot \Delta z = 68.6 \ \frac{J}{kg}$$

(c) El incremento de energía cinética es:

$$\Delta e_{cin} := \frac{\left(v_2^{\ 2} - v_1^{\ 2}\right)}{2 \cdot \alpha} = 445.5 \ \frac{J}{kg}$$

(d) El cambio de energía total es:

$$\Delta e_{total} := \Delta h + \Delta e_{pot} + \Delta e_{cin} = \left(5.276 \cdot 10^4\right) \ \frac{J}{kg}$$

por lo que las razones de cada tipo de energía respecto al cambio de energía total son:

$$\left(\frac{\Delta h}{\Delta e_{total}}\right) = 99\% \qquad \left(\frac{\Delta e_{pot}}{\Delta e_{total}}\right) = 0.13\% \qquad \left(\frac{\Delta e_{cin}}{\Delta e_{total}}\right) = 0.844\%$$

(e) Para determinar el calor necesario, se vuelve a plantear el balance de energía:

$$q_{esp} := \Delta h + \Delta e_{pot} + \Delta e_{cin} = \left(5.276 \cdot 10^4\right) \ \frac{J}{kg}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.3

Un gas perfecto, de peso molecular 20, circula turbulentamente a través de una conducción de hierro de 2 pulgadas de diámetro interno. El gas, que circula con un caudal másico de 1360 kg/h, entra en la conducción a una presión absoluta de 68 atmósferas y a una temperatura de 68 ºC, abandonando la misma a la presión atmosférica.

(a) Considerando circulación isotérmica, calcular las velocidades de entrada y salida del gas, así como el calor suministrado al mismo en kJ/h.
(b) Considerando circulación adiabática, calcular la temperatura de salida del gas.

Datos y notas:
El calor específico molar del gas a presión constante, puede considerarse constante e igual a 29.3 kJ/(kmol·ºC).

DATOS

Gas perfecto: $R := 8.314 \, \frac{J}{mol \cdot K}$ $\quad PM := 20 \, \frac{gm}{mol}$

Calor específico molar: $c_{pm} := 29.3 \, \frac{J}{mol \cdot K}$ *Debe convertirse a másico para usarse en el BE*

Calor específico másico $c_p := \frac{c_{pm}}{PM} = \left(1.5 \cdot 10^3\right) \frac{J}{kg \cdot K}$

Regimen turbulento: $\alpha_1 := 1 \quad \alpha_2 := 1$

Diámetro conducción: $D := 2 \, in = \left(5.1 \cdot 10^{-2}\right) m$

Superficie conducción: $S := \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = \left(2 \cdot 10^{-3}\right) m^2$

Caudal másico: $m := 1360 \, \frac{kg}{hr}$

Caudal molar: $F := \frac{m}{PM} = 18.9 \, \frac{mol}{s}$

Presión de entrada: $P_1 := 68 \, atm = \left(6.9 \cdot 10^6\right) Pa$

Presión de salida: $P_2 := 1 \, atm = \left(1 \cdot 10^5\right) Pa$

Temperatura de entrada: $T_1 := 68 \, °C$

SOLUCIÓN

En estado estacionario, con una única corriente de entrada y otra de salida, el balance de energía total es:

$$\Delta h + g \cdot \Delta z + \frac{1}{2} \cdot \Delta \frac{v^2}{\alpha} = q_{esp} + W_{esp}$$

siendo: $q_{esp} = \frac{q}{m} \quad W_{esp} = \frac{W}{m}$

(a) Circulación isoterma (se anula el término de entalpía): $T_2 := T_1 \quad \Delta h = 0$

Como no hay ningún compresor se anula el término de trabajo: $W_{esp} = 0$

En gases, el termino de energía potencial se suele despreciar: $g \cdot \Delta z = pequeño$

Para calcular el calor intercambiado, debemos calcular el término de energía cinética y aplicar el balance de energía

Caudal volumétrico y velocidad a la entrada:

$$Q_{v1} := \frac{F \cdot R \cdot T_1}{P_1} = \left(7.8 \cdot 10^{-3}\right) \frac{m^3}{s} \qquad v_1 := \frac{Q_{v1}}{S} = 3.8 \frac{m}{s}$$

Caudal volumétrico y velocidad a la salida:

$$Q_{v2} := \frac{F \cdot R \cdot T_2}{P_2} = 0.5 \frac{m^3}{s} \qquad v_2 := \frac{Q_{v2}}{S} = 260.9 \frac{m}{s}$$

No puede comprobarse el régimen de circulación, calculando el Reynolds, porque no se dispone de la viscosidad.

A partir del balance de energía:

$$q := \left(\frac{{v_2}^2}{2 \cdot \alpha_2} - \frac{{v_1}^2}{2 \cdot \alpha_1}\right) \cdot m = 12.9\ kW \qquad q = \left(4.6 \cdot 10^7\right) \frac{J}{hr}$$

(b) Circulación adiabática (no hay intercambio de calor): $q = 0$

Como no hay ningún compresor se anula el término de trabajo.
En gases, el término de energía potencial se suele despreciar.
Para calcular la temperatura de salida, debemos calcular el término de energía cinética y aplicar el balance de energía:

$$c_p \cdot \left(T - T_1\right) + g \cdot z + \frac{1}{2 \cdot \alpha} \cdot \left({v_2}^2 - {v_1}^2\right) = 0$$

La velocidad a la entrada es la misma que en el apartado anterior.

La velocidad a la salida depende de la temperatura, por lo que no se puede calcular directamente.

$$v_2 = \frac{Q_{v2}}{S} \qquad Q_{v2} = \frac{m}{\rho_2} \qquad \rho_2 = \frac{P_2 \cdot PM}{R \cdot T_2}$$

sustituyendo en v_2 :

$$v_2 = \frac{Q_{v2}}{S} = \frac{m}{S \cdot \rho_2} = \frac{m \cdot \left(R \cdot T_2\right)}{S \cdot \left(P_2 \cdot PM\right)} = \frac{F \cdot R \cdot T_2}{S \cdot P_2}$$

Sustituyendo en la ecuación del balance y resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$f\left(T_2\right) := c_p \cdot \left(T_2 - T_1\right) + \frac{1}{2 \cdot \alpha} \cdot \left(\left(\frac{F \cdot R \cdot T_2}{P_2 \cdot S}\right)^2 - {v_1}^2\right)$$

$$T_2 = 320.1\ K$$

Comprobándose que la expansión del gas produce su enfriamiento.

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

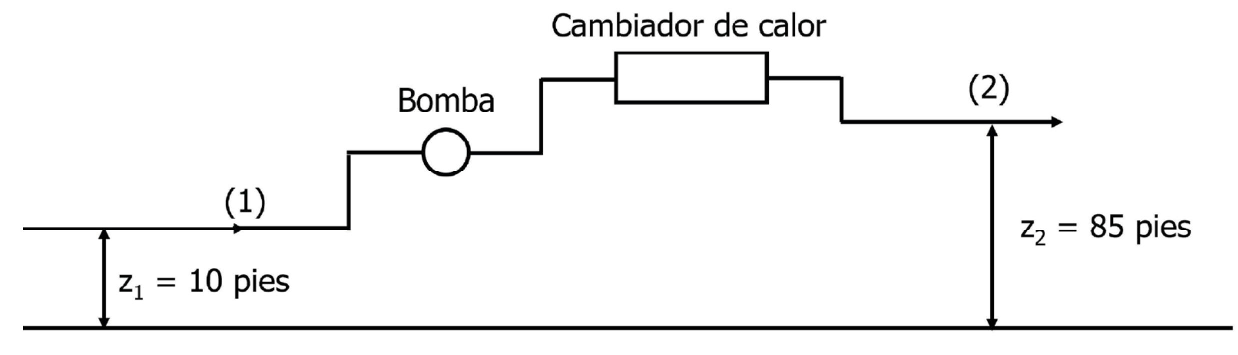
Problema 4.4

Calcular la variación de entalpía que experimenta el agua entre las secciones (1) y (2) del sistema que se esquematiza en la figura.

Las secciones libres de paso de líquido en los puntos antes indicados son $S_1=0.1\,pie^2$ y $S_2=0.5\,pie^2$ respectivamente. Una bomba hidráulica comunica al sistema una potencia de 1 CV y el cambiador de calor que se observa en la figura elimina 10,000 Btu/h. El agua circula a 25ºC con un caudal constante de 300 L/min. El sistema opera en régimen estacionario.

Datos y notas:

Propiedades medias del agua: ρ =1 kg/L , μ = 0.001 kg/(m·s).



DATOS

Fluido:	Agua	
Densidad agua:	$\rho := 1000\ \frac{kg}{m^3}$	
Viscosidad agua:	$\mu := 0.001\ \frac{kg}{m \cdot s}$	
Temperatura entrada:	$T := 25\ °C$	
Altura de salida:	$z_2 := 85\ ft = 25.908\ m$	
Altura de entrada:	$z_1 := 10\ ft = 3.048\ m$	
Sección de salida:	$S_2 := 0.5\ ft^2 = 0.046\ m^2$	
	Diámetro salida:	$D_2 := \sqrt{\frac{4 \cdot S_2}{\pi}} = 0.243\ m$
Sección de entrada:	$S_1 := 0.1 \cdot ft^2 = 0.009\ m^2$	
	Diámetro entrada	$D_1 := \sqrt{\frac{4 \cdot S_1}{\pi}} = 0.109\ m$
Caudal volumétrico:	$Q_v := 300\ \frac{L}{min} = 0.005\ \frac{m^3}{s}$	
	Caudal másico	$m := Q_v \cdot \rho = 5\ \frac{kg}{s}$

Potencia bomba: $W := 1\ hp = 745.7\ W$

Potencia específica: $w_{esp} := \frac{W}{m} = 149\ \frac{J}{kg}$

Cambiador de calor: $q := -10000\ \frac{BTU}{hr} = -2931\ W$

Potencia específica: $q_{esp} := \frac{q}{m} = -586\ \frac{J}{kg}$

La energía aportada al sistema es positiva, mientras que la energía eliminada del sistema es negativa.

SOLUCIÓN

Planteando el balance de energía en régimen estacionario:

$$\Delta h + g \cdot \Delta z + \frac{1}{2} \cdot \Delta \frac{v^2}{\alpha} = q_{esp} + w_{esp}$$

siendo: $q_{esp} = \frac{q}{m}$ $\quad w_{esp} = \frac{w}{m}$

Se calculan las velocidades y el régimen de circulación:

$v_1 := \frac{Q_v}{S_1} = 0.538\ \frac{m}{s}$ $\quad Re_1 := \frac{\rho \cdot v_1 \cdot D_1}{\mu} = 5.853 \cdot 10^4$ $\quad Re_1 > 10^4$ Turbulento $\quad \alpha_1 := 1$

$v_2 := \frac{Q_v}{S_2} = 0.108\ \frac{m}{s}$ $\quad Re_2 := \frac{\rho \cdot v_2 \cdot D_2}{\mu} = 2.618 \cdot 10^4$ $\quad Re_1 > 10^4$ Turbulento $\quad \alpha_2 := 1$

con lo que podemos calcular el cambio de entalpía específica:

$$\Delta h := q_{esp} + w_{esp} - g \cdot (z_2 - z_1) + \left(\frac{v_2^{\ 2}}{2 \cdot \alpha_2} - \frac{v_1^{\ 2}}{2 \cdot \alpha_1} \right) = -661\ \frac{J}{kg}$$

y el cambio de entalpía:

$$\Delta H := \Delta h \cdot m = -3307\ W$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.5

En una conducción horizontal de 5 cm de diámetro interno, rodeada por una camisa de vapor, se caliente CO_2 desde 21 ºC a 200 ºC, con un caudal de 25 kg/min. La presión a la entrada es de 4,86.105 N/ m^2 y a la salida de 4,73.105 N/.
Calcular:

a) La velocidad del gas en m/s a la entrada y a la salida de la conducción.
b) Calor transferido del vapor al CO_2 en kJ/kg.

Datos y notas:
Calor específico medio del CO_2 entre 21ºC y 200ºC C_p = 0,921 kJ/kg·K.
Admítase que el CO_2 en estas condiciones puede considerarse como un gas perfecto.
Viscosidad media del CO_2 entre 21 ºC y 200 ºC = 0,015 cP.

DATOS

Fluido: CO_2 (Gas perfecto)

Calor específico: $c_p := 921 \ \frac{J}{kg \cdot K}$

Viscosidad: $\mu := 0.00015 \ poise = \left(1.5 \cdot 10^{-5}\right) \frac{kg}{m \cdot s}$

Peso molecular CO_2: $PM_{CO2} := 44 \ \frac{gm}{mol}$

Diámetro conducción $D := 5 \ cm = 0.05 \ m$

Superficie conducción: $S := \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = 0.002 \ m^2$

Temperatura entrada: $T_1 := 21 \ °C$

Temperatura salida: $T_2 := 200 \ °C$

Presión entrada: $P_1 := 4.85 \cdot 10^5 \ \frac{N}{m^2}$

Presión salida: $P_2 := 4.73 \cdot 10^5 \ \frac{N}{m^2}$

Caudal másico: $Q_m := 25 \ \frac{kg}{min} = 0.417 \ \frac{kg}{s}$

SOLUCIÓN

(a) Al ser un gas, el caudal másico se mantiene constante, pero no el resto de condiciones:

Densidad entrada: $\rho_1 := \frac{P_1 \cdot PM_{CO2}}{R \cdot T_1} = 8.726 \ \frac{kg}{m^3}$

Densidad salida: $\rho_2 := \frac{P_2 \cdot PM_{CO2}}{R \cdot T_2} = 5.29 \ \frac{kg}{m^3}$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Caudal volumétrico entrada: $Q_{V1} := \frac{Q_m}{\rho_1} = 0.048 \ \frac{m^3}{s}$

Caudal volumétrico salida: $Q_{V2} := \frac{Q_m}{\rho_2} = 0.079 \ \frac{m^3}{s}$

Velocidad entrada: $v_1 := \frac{Q_{V1}}{S} = 24.32 \ \frac{m}{s}$

Velocidad salida: $v_2 := \frac{Q_{V2}}{S} = 40.112 \ \frac{m}{s}$

(b) Para calcular el calor transferido debemos plantear el balance de energía:

$$\Delta h + \Delta e_p + \Delta e_k = Q_{esp} + W_{esp}$$

Si recordamos que en gases el cambio de energía potencial es despreciable y que no hay ningún compresor:

$$\Delta e_p = 0 \qquad W_{esp} = 0$$

el balance queda:

$$c_p \cdot (T_2 - T_1) + \frac{v_2^2}{2 \cdot \alpha_2} - \frac{v_1^2}{2 \cdot \alpha_1} = Q_{esp}$$

Para calcular el incremento de energía cinética se debe comprobar el régimen de circulación:

Reynolds entrada: $Re_1 := \frac{\rho_1 \cdot v_1 \cdot D}{\mu} = 7.074 \cdot 10^5$ $\quad Re_1 > 10^4$ $\quad \alpha_1 := 1$

Reynolds salida: $Re_2 := \frac{\rho_2 \cdot v_2 \cdot D}{\mu} = 7.074 \cdot 10^5$ $\quad Re_2 > 10^4$ $\quad \alpha_2 := 1$

Sustituyendo todos los valores conocidos en el balance de energía, se calcula directamente el calor transferido:

$$Q_{esp} := c_p \cdot (T_2 - T_1) + \frac{v_2^2}{2 \cdot \alpha_2} - \frac{v_1^2}{2 \cdot \alpha_1} = 165.368 \ \frac{kJ}{kg}$$

$$q := Q_{esp} \cdot Q_m = 68.903 \ kW$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.6

En una planta desodorizante de aceite crudo vegetal, el aceite se precalienta en un cambiador de calor de flujo continuo en contracorriente que funciona en régimen estacionario. El medio calefactor es agua caliente obtenida de vapor de deshecho de la planta. El gasto másico de agua caliente a través del cambiador es de 2500 kg/h. El agua entra en el sistema a 100 °C y lo abandona a 43°C. El aceite crudo fluye con un caudal de 5000 kg/h. Si el aceite entra en el cambiador a 21 °C ¿a qué temperatura lo dejará? ¿Y si el rendimiento en la transferencia de calor fuera del 80 %?

Datos y notas:
Los tubos de entrada y salida del cambiador están a la misma altura y son del mismo diámetro.
El sistema está perfectamente aislado de modo que no recibe ni pierde calor.
Calor específico del aceite 2.09 kJ/(kg·K).
Calor específico del agua 4.18 kJ/(kg·K).

DATOS

	Agua (w)	**Aceite (a)**
Caudal másico	$m_w := 2500 \ \frac{kg}{hr}$	$m_a := 5000 \ \frac{kg}{hr}$
Temperatura entrada	$T_{w1} := 100 \ °C$	$T_{a1} := 21 \ °C$
Temperatura salida	$T_{w2} := 43 \ °C$	
Calor específico	$c_{pw} := 4180 \ \frac{J}{kg \cdot K}$	$c_{pa} := 2090 \ \frac{J}{kg \cdot K}$

SOLUCIÓN

Planteando un balance de energía en regimen estacionario a cada circuito del intercambiador:

El calor cedido por el agua es: $q_w := m_w \cdot c_{pw} \cdot (T_{w2} - T_{w1}) = -1.655 \cdot 10^5 \ W$

Por lo que el calor ganado por el aceite es: $q_a := -q_w = (1.655 \cdot 10^5) \ W$

y la temperatura de salida del aceite: $q_a = Q_{ma} \cdot c_{pa} \cdot (T_{a2} - T_{a1})$

$$T_{a2} := T_{a1} + \frac{q_a}{m_a \cdot c_{pa}} = 78 \ °C$$

Si el rendimiento en la transferencia de calor fuera del 80%, significaría que solo una fracción del calor cedido por el fluido caliente se emplea en calentar el fluido frío:

Rendimiento: $\eta := 0.8$

Por lo que el calor ganado por el aceite es menor que el anterior:

$$q_{a2} := -q_w \cdot \eta = (1.324 \cdot 10^5) \ W$$

y la temperatura de salida del aceite también será menor:

$$q_{a2} = Q_{ma} \cdot c_{pa} \cdot (T_{a2} - T_{a1}) \qquad T_{a2} := T_{a1} + \frac{q_{a2}}{m_a \cdot c_{pa}} = 66.6 \ °C$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.7

En un intercambiador de cilindros concéntricos se introduce una corriente de agua de 5 L/min a 5 ºC que se quiere calentar hasta 40 ºC. Para ello se utiliza otra corriente, también de agua, con una temperatura de 80ºC, que se introduce en contracorriente y que sale del sistema a 50 ºC. Calcula el caudal de agua caliente que se necesita si el rendimiento obtenido en la transferencia de energía térmica es del 80 %.

Datos y notas:
Calor específico del agua: 4180 J/(kg·K).

DATOS

Fluido: Agua

Densidad agua: $\rho := 1000\ \frac{kg}{m^3}$

Calor específico agua: $c_p := 4180\ \frac{J}{kg \cdot K}$

Caudal volumétrico de agua fría: $Q_{Vf} := 5 \cdot \frac{L}{min} = \left(8.333 \cdot 10^{-5}\right)\ \frac{m^3}{s}$

Caudal másico: $m_f := Q_{Vf} \cdot \rho = 0.083\ \frac{kg}{s}$ $\quad m_f = 5\ \frac{kg}{min}$

Temperatura entrada agua caliente: $T_{c1} := 80\ °C$

Temperatura salida agua caliente: $T_{c2} := 50\ °C$

Temperatura entrada agua fría: $T_{f1} := 5\ °C$

Temperatura salida agua fría: $T_{f2} := 40\ °C$

Rendimiento: $\eta := 0.80$

SOLUCIÓN

El calor necesario para calentar el fluido frío es:

$$q_f := m_f \cdot c_p \cdot \left(T_{f2} - T_{f1}\right) = \left(1.219 \cdot 10^4\right)\ W$$

por lo que teniendo en cuenta el rendimiento, el calor cedido por el fluido caliente es:

$$q_c := \frac{-q_f}{\eta} = -1.524 \cdot 10^4\ \ W$$

Para llegar a calentar el fluido frío, se necesita que el fluido caliente ceda más calor que el ideal.

Planteando el balance de energía al fluido caliente:

$$q_c = m_c \cdot c_p \cdot \left(T_{c2} - T_{c1}\right)$$

y despejando, se calcula el caudal másico de fluido caliente:

$$m_c := \frac{q_c}{c_p \cdot \left(T_{c2} - T_{c1}\right)} = 0.122\ \frac{kg}{s} \qquad m_c = 7.292\ \frac{kg}{min}$$

y el caudal volumétrico del fluido caliente será:

$$Q_{Vc} := \frac{m_c}{\rho} = 7.292\ \frac{L}{min}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.8

Un depósito cilíndrico situado directamente sobre tierra se llena por completo con una disolución de un compuesto de Co^{60} y se tapa inmediatamente. La desintegración del Co^{60} libera energía (de modo uniforme en toda la masa líquida) a razón de 812 $W \cdot m^{-3}$, proceso que incrementa la temperatura de la disolución progresivamente. Desde el instante en que la temperatura de la disolución supera a la de los alrededores, tiene lugar una pérdida de calor desde el depósito hacia los alrededores (suponer que sólo se pierde por las paredes y la tapa). La disolución está perfectamente agitada, de modo que puede admitirse que en cualquier instante posee una temperatura uniforme. Si la cantidad de calor por unidad de tiempo que pierde la disolución hacia los alrededores puede determinarse por la ecuación:

$$q = U \cdot A \cdot (T - T_{amb})$$

donde:

q es la cantidad de calor transmitida por unidad de tiempo (vatios).
U es el coeficiente global de transmisión de calor $(W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1})$.
A es el área de intercambio.
T es la temperatura de la disolución.
T_{amb} es la temperatura de los alrededores.

(a) ¿Cuál será la temperatura de la disolución, a las 24 horas de haberlo llenado, si la temperatura en dicho instante era 20ºC?
(b) ¿Cuál será la máxima temperatura que puede alcanzar la disolución?

Datos y notas:
Admitir que el valor del coeficiente global de transmisión de calor desde la disolución a los alrededores, por las paredes y la tapa del depósito, es U = 5.8 $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$. Dimensiones del depósito: 3 m de altura y 2 de diámetro (suponer despreciable el grosor de las paredes). La temperatura de los alrededores es constante e igual a 20ºC. Calor específico de la disolución: 5.6 $kJ \cdot kg^{-1}$. Densidad de la disolución: 1040 $kg \cdot m^{-3}$. Considerar despreciable la energía aportada por el agitador.

DATOS

Generación: $G_E := 812 \dfrac{W}{m^3}$

Coeficiente global de transmisión de calor: $U := 5.8 \dfrac{W}{m^2 \cdot K}$

Calor específico: $c_p := 5600 \dfrac{J}{kg \cdot K}$

Densidad: $\rho := 1040 \dfrac{kg}{m^3}$

Altura y diámetro del depósito: $l := 3\ m$ $D := 2\ m$

Volumen depósito: $V_d := l \cdot \dfrac{\pi \cdot D^2}{4} = (9.425 \cdot 10^3)\ L$

Masa en el depósito: $M := V_d \cdot \rho = (9.802 \cdot 10^3)\ kg$

Área de intercambio:
(lateral + tapa) $A_d := (\pi \cdot D \cdot l) + \left(\dfrac{\pi \cdot D^2}{4}\right) = 22.0\ m^2$

La temperatura incial es: $T_0 := 20\ °C$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

y la temperatura ambiente: $T_{amb} := 20\ °C$

Ecuación de intercambio de calor con el ambiente: $q = -UA_d \cdot (T - T_{amb})$

SOLUCIÓN

Estableciendo el balance de energía total en estado no estacionario:

$$\Delta(m \cdot h) + \frac{d(Mh)}{dt} = q + W + \int G_E \, \mathrm{d}V$$

teniendo en cuenta que no hay entradas ni salidas: $\Delta(m \cdot h) = 0$ y $\frac{dM}{dt} = 0$

y que no se aporta energía como trabajo $W = 0$

$$\frac{d(M \cdot h)}{dt} = q + \int G_E \, \mathrm{d}V$$

$$M \cdot \frac{dh}{dt} + h \cdot \frac{dM}{dt} = q + \int G_E \, \mathrm{d}V$$

$$M \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} = -UA_d \cdot (T - T_{amb}) + G_E \cdot V$$

separando variables:

$$\frac{dT}{(G_E \cdot V + U \cdot A_d \cdot T_{amb}) - UA_d \cdot T} = \frac{dt}{M \cdot c_p}$$

e integrando:

$$\int_{T_0}^{T} \frac{1}{(G_E \cdot V + U \cdot A_d \cdot T_{amb}) - UA_d \cdot T} \, \mathrm{d}T = \int_0^t \frac{1}{M \cdot c_p} \, \mathrm{d}t$$

$$\frac{1}{-UA_d} \cdot ln\left(\frac{(G_E \cdot V + U \cdot A_d \cdot T_{amb}) - UA_d \cdot T}{(G_E \cdot V + U \cdot A_d \cdot T_{amb}) - UA_d \cdot T_0}\right) = \frac{1}{M \cdot c_p} \cdot t$$

y despejando la temperatura:

$$T(t) := \frac{(G_E \cdot V_d + U \cdot A_d \cdot T_{amb}) - \left((G_E \cdot V_d + U \cdot A_d \cdot T_{amb}) - U \cdot A_d \cdot T_0\right) \cdot e^{\left(\frac{-U \cdot A_d}{M \cdot c_p} \cdot t\right)}}{U \cdot A_d}$$

$$T(24 \cdot hr) = 30.9\ °C$$

La temperatura máxima se alcanzará cuando se llegue al estado estacionario (ya que no existen restricciones). A partir de la ecuación diferencial:

$$\frac{dT}{dt} = 0 \qquad 0 = -UA_d \cdot (T_{est} - T_{amb}) + G_E \cdot V$$

$$T_{est} := T_{amb} + \frac{G_E \cdot V_d}{U \cdot A_d} = 80.0\ °C$$

Problema 4.9

Un depósito está inicialmente lleno con 2300 kg de aceite a 15 ºC. En un momento dado comienza a introducirse aceite con un caudal de 450 kg/h, también a 15 ºC y empieza a descargarse con el mismo caudal. Al mismo tiempo el tanque se calienta mediante vapor de agua a 130 ºC que condensa por el interior del serpentín, estando el contenido del tanque perfectamente mezclado por medio de un agitador. La velocidad con que se transmite el calor desde el serpentín al tanque viene dada por la expresión:

$$q = U \cdot A \cdot \left(T_{vap} - T_{aceite}\right)$$

Calcular:

(a) El tiempo que deberá transcurrir hasta que la temperatura del aceite que descarga el tanque sea de 32 ºC.
(b) La máxima temperatura que puede alcanzar el tanque.

Datos y notas:
Energía aportada por el agitador: 1kW.
Calor específico medio del aceite: 2 kJ/(kg K).
Valor del producto (U·A): 158 W/K.

DATOS

Calor específico:	$c_p := 2000 \frac{J}{kg \cdot K}$		
Masa inicial:	$M_0 := 2300\ kg$	Temperatura inicial:	$T_0 := 15\ °C$
Caudal entrada:	$m_1 := 450 \frac{kg}{hr}$	Temperatura entrada:	$T_1 := 15\ °C$
Caudal salida:	$m_2 := m_1$		
Serpentin:	$q = UA \cdot \left(T_{vapor} - T\right)$	$UA := 158 \frac{W}{K}$	$T_{vapor} := 130\ °C$
Agitador:	$W := 1000\ W$		
Temperatura final:	$T_{final} := 32\ °C$		

SOLUCIÓN

Dado que los caudales de entrada y salida son iguales:

Balance de materia: $\frac{dM}{dt} = 0 \qquad M := M_0 = 2300\ kg$

Balance de energía: $m_2 \cdot c_p \cdot T - m_1 \cdot c_p \cdot T_1 + M \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} + T \cdot c_p \cdot \frac{dM}{dt} = q + W$

$m := m_1 \qquad \frac{dM}{dt} = 0 \qquad m \cdot c_p \cdot \left(T - T_1\right) + M \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} = U \cdot A \cdot \left(T_{vapor} - T\right) + W$

$$M \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} = U \cdot A \cdot T_{vapor} - U \cdot A \cdot T - m \cdot c_p \cdot T + m \cdot c_p \cdot T_1 + W$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

$$M \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} = \left(W + U \cdot A \cdot T_{vapor} + m \cdot c_p \cdot T_1\right) - \left(U \cdot A + m \cdot c_p\right) \cdot T$$

$$\frac{dT}{\left(W + U \cdot A \cdot T_{vapor} + m \cdot c_p \cdot T_1\right) - \left(U \cdot A + m \cdot c_p\right) \cdot T} = \frac{dt}{M \cdot c_p}$$

$$\int_{T_0}^{T} \frac{1}{\left(\left(W + U \cdot A \cdot T_{vapor} + m \cdot c_p \cdot T_1\right) - \left(U \cdot A + m \cdot c_p\right) \cdot T\right)} \, \mathrm{d}T = \int_{0}^{t} \frac{1}{\left(M \cdot c_p\right)} \, \mathrm{d}t$$

$$\frac{1}{-\left(U \cdot A + m \cdot c_p\right)} \cdot ln\left(\frac{\left(\left(W + U \cdot A \cdot T_{vapor} + m \cdot c_p \cdot T_1\right) - \left(U \cdot A + m \cdot c_p\right) \cdot T\right)}{\left(\left(W + U \cdot A \cdot T_{vapor} + m \cdot c_p \cdot T_1\right) - \left(U \cdot A + m \cdot c_p\right) \cdot T_0\right)}\right) = \frac{1}{M \cdot c_p} \cdot t$$

$$T(t) := \frac{\left(W + UA \cdot T_{vapor} + m \cdot c_p \cdot T_1\right) - \left(\left(W + UA \cdot T_{vapor} + m \cdot c_p \cdot T_1\right) - \left(UA + m \cdot c_p\right) \cdot T_0\right) \cdot e^{\left(\frac{-\left(UA + m \cdot c_p\right)}{M \cdot c_p} \cdot t\right)}}{UA + m \cdot c_p}$$

$$t(T) := \frac{M \cdot c_p}{-\left(UA + m \cdot c_p\right)} \cdot ln\left(\frac{\left(\left(W + UA \cdot T_{vapor} + m \cdot c_p \cdot T_1\right) - \left(UA + m \cdot c_p\right) \cdot T\right)}{\left(\left(W + UA \cdot T_{vapor} + m \cdot c_p \cdot T_1\right) - \left(UA + m \cdot c_p\right) \cdot T_0\right)}\right)$$

$$t(32\ °C) = \left(5.064 \cdot 10^3\right)\ s \qquad t(32\ °C) = 1.407\ hr$$

Cuando se alcance la temperatura máxima, $\frac{dT}{dt} = 0$, por lo que usando el balance de energía en su forma diferencial:

$$m \cdot c_p \cdot \left(T_{max} - T_1\right) = UA \cdot \left(T_{vapor} - T_{max}\right) + W$$

$$m \cdot c_p \cdot T_{max} + UA \cdot T_{max} = UA \cdot T_{vapor} + m \cdot c_p \cdot T_1 + W$$

$$\left(m \cdot c_p + UA\right) \cdot T_{max} = UA \cdot T_{vapor} + m \cdot c_p \cdot T_1 + W$$

$$T_{max} := \frac{UA \cdot T_{vapor} + m \cdot c_p \cdot T_1 + W}{m \cdot c_p + UA} = 62.0\ °C$$

Problema 4.10

Una corriente de 8000 kg/h de una disolución acuosa de NaCl al 7 % en peso, se concentra hasta el 40 % en un evaporador que funciona en régimen estacionario. La corriente introducida se calienta en el evaporador hasta 82 °C. El vapor de agua eliminado de la corriente y la solución concentrada salen a 82°C. Como elemento calefactor se utiliza vapor de agua sobrecalentado que condensa, suministrando a la disolución $1.71 \cdot 10^7$ kJ/h.
Calcular:

(a) A qué temperatura entra la disolución en el evaporador.
(b) El caudal de disolución concentrada que se obtiene continuamente.

Datos y notas:
Calor de vaporización del agua a 82 °C   2300 kJ/kg.
Admitir que el calor específico de las disoluciones de NaCl, de cualquier concentración, es igual al calor específico del agua (4.18 kJ/(kg·K)) y que la entalpía de las disoluciones de NaCl de cualquier concentración coincide con la del agua a 25 °C.

DATOS

Corriente entrada:	$m_1 := 8000\ \frac{kg}{hr}$	$w_1 := 0.07$	T_1
Corriente salida (vapor):	m_2	$w_2 := 0$	$T_2 := 82\ °C$
Corriente salida (concentrado):	m_3	$w_3 := 0.4$	$T_3 := T_2$
Calor aportado por el calefactor:	$q := 1.71 \cdot 10^7\ \frac{kJ}{hr}$		
Calor específico disoluciones:	$c_p := 4.18\ \frac{kJ}{kg \cdot K}$		
Calor vaporización agua:	$L := 2300\ \frac{kJ}{kg}$		

SOLUCIÓN

Es un sistema con una entrada y dos salidas.

Aplicando los balances de materia, pueden calcularse los caudales de las corrientes de salida:

BM total: $m_1 = m_2 + m_3$

BM NaCl: $m_1 \cdot w_1 = m_2 \cdot w_2 + m_3 \cdot w_3$

$$m_3 := \frac{m_1 \cdot w_1}{w_3} = 1400\ \frac{kg}{hr}$$

$$m_2 := m_1 - m_3 = 6600\ \frac{kg}{hr}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Aplicando el balance de energía en régimen estacionario: $\Delta(m \cdot h) = q$

Teniendo en cuenta que hay un cambio de fase en la corriente de vapor:

$$m_3 \cdot c_p \cdot T_3 + m_2 \cdot (c_p \cdot T_2 + L) - m_1 \cdot c_p \cdot T_1 = q$$

la temperatura de entrada de disolución es:

$$T_1 := \frac{m_3 \cdot c_p \cdot T_3 + m_2 \cdot (c_p \cdot T_2 + L) - q}{m_1 \cdot c_p} = 24.6\ °C$$

ISBN: 978-84-19647-45-0

Vicente Sanz Solana, Nuria Vicente Agut
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.11

Se dispone de un tanque aislado y perfectamente agitado que contiene un serpentín calefactor. Se introduce agua en el tanque con un caudal de 0.45 L/s y se extrae de él un caudal de 0.35 L/s. El volumen inicial de líquido en el tanque es de 2.8 m^3 y su temperatura inicial de 21 °C.
Si el agua entra en el tanque a 65 °C, el elemento calefactor proporciona 50 kW y la potencia suministrada realmente por el agitador al líquido es de 4 kW, calcular la temperatura en el tanque en función del tiempo y la temperatura al alcanzarse el régimen estacionario. ¿Cuál sería la temperatura máxima si el tanque tuviera una capacidad máxima de 5000 L?

Datos y notas:
Calor específico del agua 4.18 kJ/(kg·K).

DATOS

Densidad agua: $\rho := 1000\ \frac{kg}{m^3}$

Calor específico agua: $c_p := 4.18 \cdot 10^3\ \frac{J}{kg \cdot K}$

Volumen y masa inciales: $V_0 := 2.8\ m^3$ $\quad M_0 := V_0 \cdot \rho = 2800\ kg$

Volumen y masa máximos: $V_{max} := 5\ m^3$ $\quad M_{max} := V_{max} \cdot \rho = 5000\ kg$

Temperartura inicial: $T_0 := 21\ °C$

Caudal volumétrico y másico de entrada: $Q_{V1} := 0.45\ \frac{L}{s}$ $\quad m_1 := Q_{V1} \cdot \rho = 0.45\ \frac{kg}{s}$

Temperatura entrada: $T_1 := 65\ °C$

Caudal volumétrico y másico de salida: $Q_{V2} := 0.35\ \frac{L}{s}$ $\quad m_2 := Q_{V2} \cdot \rho = 0.35\ \frac{kg}{s}$

Calefactor: $q := 50000\ W$

Agitador: $w := 4000\ W$

SOLUCIÓN

Balance total de materia en régimen no estacionario:

$$m_2 - m_1 + \frac{dM}{dt} = 0 \qquad \frac{dM}{dt} = m_1 - m_2$$

separando variables e integrando entre las condiciones inicial y genérica:

$$\int_{M_0}^{M} 1\ dM = (m_1 - m_2) \cdot \int_0^t 1\ dt \qquad M(t) := M_0 + (m_1 - m_2) \cdot t$$

El tiempo hasta que se llene el tanque es:

$$t_{max} := \frac{M_{max} - M_0}{m_1 - m_2} = 22000\ s$$

Balance de energía en régimen no estacionario:

$$m_2 \cdot c_p \cdot T - m_1 \cdot c_p \cdot T_1 + \frac{d\left(M \cdot c_p \cdot T\right)}{dt} = q + w$$

derivando:
$$m_2 \cdot c_p \cdot T - m_1 \cdot c_p \cdot T_1 + M \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} + c_p \cdot T \cdot \frac{dM}{dt} = q + w$$

sustituyendo
$$m_2 \cdot c_p \cdot T - m_1 \cdot c_p \cdot T_1 + \left(M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t\right) \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} + c_p \cdot T \cdot \left(m_1 - m_2\right) = q + w$$

reordenando y simplificando
$$\left(M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t\right) \cdot \frac{dT}{dt} = \left(\frac{q + w}{c_p} + m_1 \cdot T_1\right) - m_1 \cdot T$$

separando variables e integrando
$$\int_{T_0}^{T} \frac{1}{\left(\frac{q + w}{c_p} + m_1 \cdot T_1\right) - m_1 \cdot T} \, \mathrm{d}T = \int_{0}^{t} \frac{1}{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t} \, \mathrm{d}t$$

$$\frac{1}{-m_1} \cdot ln\left(\frac{\left(\frac{q + w}{c_p} + m_1 \cdot T_1\right) - m_1 \cdot T}{\left(\frac{q + w}{c_p} + m_1 \cdot T_1\right) - m_1 \cdot T_0}\right) = \frac{1}{m_1 - m_2} \cdot ln\left(\frac{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t}{M_0}\right)$$

$$T(t) := \frac{1}{m_1} \cdot \left(\left(\frac{q + w}{c_p} + m_1 \cdot T_1\right) - \left(\left(\frac{q + w}{c_p} + m_1 \cdot T_1\right) - m_1 \cdot T_0\right) \cdot \left(\frac{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t}{M_0}\right)^{\left(\frac{-m_1}{m_1 - m_2}\right)}\right)$$

Para un tiempo infinito, la función anterior daría el siguiente resultado:

$$T_{est} := T_1 + \frac{q + w}{m_1 \cdot c_p} = 93.7 \ °C$$

Sin embargo, el tanque tiene un volumen finito y se llenará antes de llegar al estado estacionario. Como consecuencia, la temperatura máxima alcanzable será la correspondiente al llenado del depósito.

$$T\left(t_{max}\right) = 88.4 \ °C$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.12

Un tanque perfectamente agitado contiene 500 litros de una solución acuosa de NaCl al 10 % en peso a 20 °C. En un momento dado comienza a entrar una corriente de agua pura a 35 °C con un caudal de 10 L/min, al mismo tiempo que se extrae una corriente de disolución con un caudal de 8 L/min. En este instante comienza a calentarse el líquido mediante una resistencia eléctrica que le suministra una potencia de 5 kW. Calcular la temperatura, composición y volumen del líquido en el depósito al cabo de una hora.

Datos y notas:
Considerar que a 25 °C la entalpía de cualquier disolución es igual a la del agua pura, y que la densidad y el calor específico de la disolución de NaCl a cualquier temperatura y composición son iguales a las del agua pura. Densidad = 1 kg/L, Cp = 4180 J/(kg·K).

DATOS

Densidad agua: $\rho := 1000\ \frac{kg}{m^3}$

Calor específico agua: $c_p := 4180\ \frac{J}{kg \cdot K}$

Volumen inicial: $V_0 := 500\ L$

Masa inicial: $M_0 := V_0 \cdot \rho = 500\ kg$

Concentración inicial: $w_0 := 0.1$

Temperatura inicial: $T_0 := 20\ °C$

Caudal volumétrico entrada: $Q_{L1} := 10\ \frac{L}{min}$

Caudal másico entrada: $m_1 := Q_{L1} \cdot \rho = 0.167\ \frac{kg}{s}$

Concentración entrada: $w_1 := 0$

Temperatura entrada: $T_1 := 35\ °C$

Caudal volumétrico entrada: $Q_{L2} := 8\ \frac{L}{min}$

Caudal másico entrada: $m_2 := Q_{L2} \cdot \rho = 0.133\ \frac{kg}{s}$

Concentración entrada: $w_2 = w$

Temperatura entrada: $T_2 = T$

Calefactor: $q := 5\ kW = \left(3 \cdot 10^5\right)\ \frac{J}{min}$

SOLUCIÓN

Balance de materia:

$$m_2 - m_1 + \frac{dM}{dt} = 0 \qquad \frac{dM}{dt} = m_1 - m_2$$

$$M(t) := M_0 + (m_1 - m_2) \cdot t \qquad M(1\ hr) = 620\ kg$$

y el volumen en una hora será: $V := \frac{M(1\ hr)}{\rho} = 620\ L$

ISBN: 978-84-19647-45-0

DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Balance de componente:

$$m_2 \cdot w_2 - m_1 \cdot w_1 + M \cdot \frac{dw}{dt} + w \cdot \frac{dM}{dt} = 0$$

$$m_2 \cdot w + \left(M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t\right) \cdot \frac{dw}{dt} + w \cdot \left(m_1 - m_2\right) = 0$$ siendo: $w_2 = w$ $w_1 = 0$

separando variables e integrando:

$$\int_{w_0}^{w} \frac{1}{\left(-m_1 \cdot w\right)} \, dw = \int_{0}^{t} \frac{1}{\left(M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t\right)} \, dt$$

$$\frac{-1}{m_1} \cdot ln\left(\frac{w}{w_0}\right) = \frac{1}{m_1 - m_2} \cdot ln\left(\frac{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t}{M_0}\right)$$

$$w(t) := w_0 \cdot \left(\frac{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t}{M_0}\right)^{\frac{-m_1}{m_1 - m_2}}$$

$$w(1 \cdot hr) = 0.034$$

Balance de energía:

$$m_2 \cdot c_p \cdot T_2 - m_1 \cdot c_p \cdot T_1 + M \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} + T \cdot c_p \cdot \frac{dM}{dt} = q$$

$$m_2 \cdot T - m_1 \cdot T_1 + \left(M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t\right) \cdot \frac{dT}{dt} + T \cdot \left(m_1 - m_2\right) = \frac{q}{c_p}$$ siendo: $T_2 = T$

separando variables e integrando:

$$\int_{T_0}^{T} \frac{1}{\left(\frac{q}{c_p} + m_1 \cdot T_1 - m_1 \cdot T\right)} \, dT = \int_{0}^{t} \frac{1}{\left(M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t\right)} \, dt$$

$$\frac{-1}{m_1} \cdot ln\left(\frac{\frac{q}{c_p} + m_1 \cdot T_1 - m_1 \cdot T}{\frac{q}{c_p} + m_1 \cdot T_1 - m_1 \cdot T_0}\right) = \frac{1}{m_1 - m_2} \cdot ln\left(\frac{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t}{M_0}\right)$$

$$T(t) := \frac{1}{m_1} \cdot \left(\frac{q}{c_p} + m_1 \cdot T_1 - \left(\frac{q}{c_p} + m_1 \cdot T_1 - m_1 \cdot T_0\right) \cdot \left(\frac{M_0 + \left(m_1 - m_2\right) \cdot t}{M_0}\right)^{\frac{-m_1}{m_1 - m_2}}\right)$$

$$T(1\ hr) = 34.6\ °C$$

Problema 4.13

Un depósito, cuya capacidad máxima es de 800 litros, se encuentra inicialmente lleno con 200 kg de agua a 25 ºC. En un instante dado se introducen en el tanque dos corrientes; una de disolución acuosa de $K_2Cr_2O_7$ al 70 % con caudal de 65 kg/min a 47 ºC y otra que lleva una disolución de $K_2Cr_2O_7$ al 45 % a 56 ºC y con un caudal de 80 kg/min. Simultáneamente se extrae una corriente de mezcla a razón de 100 kg/min y se calienta el depósito mediante una resistencia eléctrica a razón de 3 kW. Calcular:

(a) Una expresión que nos dé la variación de la masa total del depósito en función del tiempo.
(b) La expresión que indica la variación de la fracción másica $K_2Cr_2O_7$ en el interior del depósito con el tiempo.
(c) Una expresión que indique la variación de la temperatura en el interior del depósito con el tiempo.
(d) El tiempo de llenado del depósito.
(e) La composición y la temperatura de la mezcla en el instante en que se llena el depósito por completo.

Datos y notas:
El depósito está perfectamente agitado y aislado. Las propiedades de las disoluciones de $K_2Cr_2O_7$ pueden considerarse iguales a las del agua pura: (ρ=1 kg/L; Cp=4200 J/(kg ºC)).

DATOS

Densidad y calor específico de las disoluciones: $\rho := 1000 \cdot \frac{kg}{m^3}$ $\quad c_p := 4200 \cdot \frac{J}{kg \cdot K}$

Condiciones iniciales: $M_0 := 200 \cdot kg$ $\quad w_0 := 0$ $\quad T_0 := 25\ °C$

Corriente entrada 1: $m_1 := 65 \cdot \frac{kg}{min}$ $\quad w_1 := 0.7$ $\quad T_1 := 47\ °C$

Corriente entrada 2: $m_2 := 80 \cdot \frac{kg}{min}$ $\quad w_2 := 0.45$ $\quad T_2 := 56\ °C$

Corriente salida: $m_3 := 100 \cdot \frac{kg}{min}$ $\quad w_3 = w$ $\quad T_3 = T$

Límites del sistema: $V_{max} := 800 \cdot L$ $\quad M_{max} := V_{max} \cdot \rho = 800\ kg$

Calor aportado al sistema: $q := 3\ kW = \left(1.8 \cdot 10^5\right) \frac{J}{min}$

SOLUCIÓN

Planteando el balance total de materia en régimen no estacionario:

$$m_3 - (m_1 + m_2) + \frac{dM}{dt} = 0 \qquad \frac{dM}{dt} = m_1 + m_2 - m_3$$

$$dM = (m_1 + m_2 - m_3) \cdot dt \qquad \int_{M_0}^{M} 1\, dM = (m_1 + m_2 - m_3) \cdot \int_0^t 1\, dt$$

$$M - M_0 = (m_1 + m_2 - m_3) \cdot t \qquad M(t) := M_0 + (m_1 + m_2 - m_3) \cdot t$$

$$t_{final} := \frac{M_{max} - M_0}{m_1 + m_2 - m_3} = 800\ s \qquad t_{final} = 13.333\ min \qquad M(t_{final}) = 800\ kg$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Planteando el balance de componente en régimen no estacionario:

$$\Delta\left(m_i \cdot w_i\right) + \frac{d\left(M \cdot w\right)}{dt} = 0$$

$$m_3 \cdot w - \left(m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2\right) + M \cdot \frac{dw}{dt} + w \cdot \frac{dM}{dt} = 0$$

$$m_3 \cdot w - \left(m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2\right) + \left(M_0 + \left(m_1 + m_2 - m_3\right) \cdot t\right) \cdot \frac{dw}{dt} + w \cdot \left(m_1 + m_2 - m_3\right) = 0$$

$$-\left(m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2\right) + \left(M_0 + \left(m_1 + m_2 - m_3\right) \cdot t\right) \cdot \frac{dw}{dt} + w \cdot \left(m_1 + m_2\right) = 0$$

$$\left(M_0 + \left(m_1 + m_2 - m_3\right) \cdot t\right) \cdot \frac{dw}{dt} = \left(m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2\right) - \left(m_1 + m_2\right) \cdot w$$

$$\frac{dw}{\left(m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2\right) - \left(m_1 + m_2\right) \cdot w} = \frac{dt}{M_0 + \left(m_1 + m_2 - m_3\right) \cdot t}$$

$$\int_0^w \frac{1}{\left(m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2\right) - \left(m_1 + m_2\right) \cdot w}\,\mathrm{d}w = \int_0^t \frac{1}{M_0 + \left(m_1 + m_2 - m_3\right) \cdot t}\,\mathrm{d}t$$

$$\frac{-1}{\left(m_1 + m_2\right)} \cdot ln\left(\frac{\left(m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2\right) - \left(m_1 + m_2\right) \cdot w}{\left(m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_{2.}\right)}\right) = \frac{1}{\left(m_1 + m_2 - m_3\right)} \cdot ln\left(\frac{M_0 + \left(m_1 + m_2 - m_3\right) \cdot t}{M_0}\right)$$

$$\left(\frac{\left(m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2\right) - \left(m_1 + m_2\right) \cdot w}{\left(m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_{2.}\right)}\right)^{\frac{-1}{\left(m_1 + m_2\right)}} = \left(\frac{M_0 + \left(m_1 + m_2 - m_3\right) \cdot t}{M_0}\right)^{\frac{1}{\left(m_1 + m_2 - m_3\right)}}$$

$$w\left(t\right) := \frac{m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2 - \left(m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2\right) \cdot \left(\frac{M_0 + \left(m_1 + m_2 - m_3\right) \cdot t}{M_0}\right)^{\frac{-\left(m_1 + m_2\right)}{\left(m_1 + m_2 - m_3\right)}}}{m_1 + m_2}$$

$$w\left(t_{final}\right) = 0.556$$

Planteando el balance de energía en régimen no estacionario:

$$\Delta\left(m_i \cdot h_i\right) + \frac{d\left(M \cdot h\right)}{dt} = 0$$

$$m_3 \cdot c_p \cdot T - \left(m_1 \cdot c_p \cdot T_1 + m_2 \cdot c_p \cdot T_2\right) + M \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} + T \cdot c_p \cdot \frac{dM}{dt} = q$$

$$m_3 \cdot T - \left(m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2\right) + \left(M_0 + \left(m_1 + m_2 - m_3\right) \cdot t\right) \cdot \frac{dT}{dt} + T \cdot \left(m_1 + m_2 - m_3\right) = \frac{q}{c_p}$$

$$-\left(m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2\right) + \left(M_0 + \left(m_1 + m_2 - m_3\right) \cdot t\right) \cdot \frac{dT}{dt} + T \cdot \left(m_1 + m_2\right) = \frac{q}{c_p}$$

$$\left(M_0+\left(m_1+m_2-m_3\right)\cdot t\right)\cdot\frac{dT}{dt}=\left(m_1\cdot T_1+m_2\cdot T_2+\frac{q}{c_p}\right)-\left(m_1+m_2\right)\cdot T$$

$$\frac{dw}{\left(m_1\cdot T_1+m_2\cdot T_2+\frac{q}{c_p}\right)-\left(m_1+m_2\right)\cdot T}=\frac{dt}{M_0+\left(m_1+m_2-m_3\right)\cdot t}$$

$$\int_0^w\frac{1}{\left(m_1\cdot T_1+m_2\cdot T_2+\frac{q}{c_p}\right)-\left(m_1+m_2\right)\cdot T}\,\mathrm{d}T=\int_0^t\frac{1}{M_0+\left(m_1+m_2-m_3\right)\cdot t}\,\mathrm{d}t$$

$$\frac{-1}{\left(m_1+m_2\right)}\cdot ln\left(\frac{\left(m_1\cdot T_1+m_2\cdot T_2+\frac{q}{c_p}\right)-\left(m_1+m_2\right)\cdot T}{\left(m_1\cdot T_1+m_2\cdot T_2+\frac{q}{c_p}\right)-\left(m_1+m_2\right)\cdot T_0}\right)=\frac{1}{\left(m_1+m_2-m_3\right)}\cdot ln\left(\frac{M_0+\left(m_1+m_2-m_3\right)\cdot t}{M_0}\right)$$

$$\left(\frac{\left(m_1\cdot T_1+m_2\cdot T_2+\frac{q}{c_p}\right)-\left(m_1+m_2\right)\cdot T}{\left(m_1\cdot T_1+m_2\cdot T_2+\frac{q}{c_p}\right)-\left(m_1+m_2\right)\cdot T_0}\right)^{\frac{-1}{\left(m_1+m_2\right)}}=\left(\frac{M_0+\left(m_1+m_2-m_3\right)\cdot t}{M_0}\right)^{\frac{1}{\left(m_1+m_2-m_3\right)}}$$

$$T(t):=\frac{m_1\cdot T_1+m_2\cdot T_2+\frac{q}{c_p}-\left(\left(m_1\cdot T_1+m_2\cdot T_2+\frac{q}{c_p}\right)-\left(m_1+m_2\right)\cdot T_0\right)\cdot\left(\frac{M_0+\left(m_1+m_2-m_3\right)\cdot t}{M_0}\right)^{\frac{-\left(m_1+m_2\right)}{\left(m_1+m_2-m_3\right)}}}{m_1+m_2}$$

$$T\left(t_{final}\right)=51.9\ °C$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.14

Se dispone de una disolución concentrada de un polímero al 50 % en peso. Para poder proceder a su venta es necesario diluirlo al 40 % en peso, lo que se hace mezclándolo con agua en un tanque perfectamente agitado que tiene una capacidad máxima de 1000 litros.

(a) Si el tanque contiene inicialmente 100 litros de agua pura y se alimenta la disolución concentrada con un caudal de 10 L/min, calcula el tiempo necesario para alcanzar una concentración del 40 % en el tanque y el volumen que contendrá en dicho instante.

(b) Una vez alcanzada la concentración anterior (40 %), se introduce, además, una corriente adicional de agua pura en el tanque que debe mantener la concentración invariable durante el resto del llenado. Calcula el caudal de agua que hay que introducir a partir de dicho instante, así como el tiempo total de llenado.

(c) Por otra parte, para facilitar el envasado de la disolución resultante, se ha instalado en el tanque un elemento calefactor de 30 kW que se conecta cuando empieza a introducirse la segunda corriente. Calcula la temperatura final alcanzada si la temperatura inicial de todas las corrientes y del agua contenida en el tanque es de 30 ºC.

Datos y notas:
Considerar que todas las disoluciones tienen una densidad de 1 kg/L.
Calor específico de las disoluciones: 4.18 kJ/(kg K).

DATOS

$$M_{max} := 1000\ kg \qquad M_0 := 100\ kg \qquad w_0 := 0 \qquad w_f := 0.4 \qquad m_1 := 10\ \frac{kg}{min}$$

$$c_p := 4180\ \frac{J}{kg \cdot K} \qquad w_1 := 0.5$$

SOLUCIÓN

Etapa 1. El sistema tiene una corriente de entrada (disolución concentrada) y no tiene ninguna corriente de salida. En el tanque hay una cantidad inicial de agua pura.

Planteando el balance total de materia en régimen no estacionario:

$$-m_1 + \frac{d}{dt}M = 0 \qquad \frac{d}{dt}M = m_1$$

$$\int_{M_0}^{M} 1\ dM = m_1 \cdot \int_0^t 1\ dt \qquad M - M_0 = m_1 \cdot t$$

$$M(t) := M_0 + m_1 \cdot t$$

Planteando el balance de componente en régimen no estacionario:

$$-m_1 \cdot w_1 + \frac{d}{dt}(M \cdot w) = 0 \qquad -m_1 \cdot w_1 + M \cdot \left(\frac{d}{dt}w\right) + w \cdot \left(\frac{d}{dt}M\right) = 0$$

$$-m_1 \cdot w_1 + (M_0 + m_1 \cdot t) \cdot \left(\frac{d}{dt}w\right) + w \cdot m_1 = 0$$

$$\int_0^w \frac{1}{(m_1 \cdot w_1 - m_1 \cdot w)}\ dw = \int_0^t \frac{1}{(M_0 + m_1 \cdot t)}\ dt$$

$$\frac{1}{-m_1} \cdot ln\left(\frac{(m_1 \cdot w_1 - m_1 \cdot w)}{(m_1 \cdot w_1)}\right) = \frac{1}{m_1} \cdot ln\left(\frac{(M_0 + m_1 \cdot t)}{M_0}\right)$$

Problemas resueltos de Ingeniería Química
ISBN: 978-84-19647-45-0

Vicente Sanz Solana, Nuria Vicente Agut
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Índice

$$w(t) := w_1 - \frac{M_0}{M_0 + m_1 \cdot t} \cdot (w_1 - w_0) \qquad t(w) := \left(\frac{M_0 \cdot w_1}{w_1 - w} - M_0 \right) \cdot \frac{1}{m_1}$$

$$t(0.4) = 40\ min \qquad M(40\ min) = 500\ kg$$

Etapa 2. En esta etapa se añade una nueva corriente de entrada (agua pura).
El caudal de agua que debe añadirse para mantener constante la composición será:

$$m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot 0 = (m_1 + m_2) \cdot 0.4 \qquad m_2 := \frac{m_1 \cdot w_1}{0.4} - m_1 = 2.5\ \frac{kg}{min}$$

Las condiciones iniciales de esta etapa son las condiciones finales de la etapa 1:

$$M_{02} := M(40 \cdot min) = 500\ kg$$

El tiempo de llenado restante es, aplicando el balance de materia:

$$-m_1 - m_2 + \frac{d}{dt} M = 0$$

$$M_2(t) := M_{02} + (m_1 + m_2) \cdot t$$

$$t_2 := \frac{M_{max} - M_{02}}{m_1 + m_2} = 40\ min$$

Planteando el balance de energía en régimen no estacionario a la etapa 2:

$$T_1 := 30\ °C \qquad T_0 := 30\ °C \qquad Q := 30000 \cdot W$$

$$-m_1 \cdot c_p \cdot T_1 - m_2 \cdot c_p \cdot T_1 + M \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} + c_p \cdot T \cdot \frac{dM}{dt} = Q$$

$$-(m_1 + m_2) \cdot c_p \cdot T_1 + (M_{02} + (m_1 + m_2) \cdot t) \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} + c_p \cdot T \cdot (m_1 + m_2) = Q$$

$$(M_{02} + (m_1 + m_2) \cdot t) \cdot \frac{dT}{dt} = \frac{Q}{c_p} + (m_1 + m_2) \cdot T_1 - (m_1 + m_2) \cdot T$$

$$\int_{T_0}^{T} \frac{1}{\left(\frac{Q}{c_p} + (m_1 + m_2) \cdot T_1 - (m_1 + m_2) \cdot T \right)} \, dT = \int_0^t \frac{dt}{(M_{02} + (m_1 + m_2) \cdot t)} \, dt$$

$$T(t) := \frac{1}{m_1 + m_2} \cdot \left(\frac{Q}{c_p} + (m_1 + m_2) \cdot T_1 - \frac{M_{02}}{M_{02} + (m_1 + m_2) \cdot t} \cdot \left(\frac{Q}{c_p} + (m_1 + m_2) \cdot T_1 - (m_1 + m_2) \cdot T_0 \right) \right)$$

$$T(40\ min) = 47.2\ °C$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.15

Desde un lugar elevado circula agua a través de una conducción hasta una turbina, y a continuación fluye por otra conducción de igual diámetro que la anterior. En un punto situado a 92 m por encima de la turbina, la presión es de 210 $kN \cdot m^{-2}$, mientras que en un punto situado 3 m por debajo de ésta, la presión es de 120 $kN \cdot m^{-2}$. El agua circula con un caudal de 900 kg/s y la potencia que se obtiene de la turbina es de 740 kW. Sabiendo que la turbina suministra el 90 % de la energía cedida por el fluido calcular:

(a) La pérdida de energía mecánica en el circuito.
(b) El aumento de temperatura que experimenta el agua si no hay intercambio de calor con los alrededores.

DATOS

Densidad agua: $\rho := 1000 \ \frac{kg}{m^3}$

Calor específico agua: $c_p := 4180 \ \frac{J}{kg \cdot K}$

Altura inicial: $z_1 := 92 \ m$

Altura final: $z_2 := -3 \ m$

Diferencia alturas: $\Delta z := z_2 - z_1 = -95 \ m$

Incremento energía potencial específica: $g \cdot \Delta z = -931.632 \ \frac{J}{kg}$

Presión inicial: $P_1 := 210 \ \frac{kN}{m^2} = \left(2.1 \cdot 10^5\right) \ Pa$

Presión final: $P_2 := 120 \ \frac{kN}{m^2} = \left(1.2 \cdot 10^5\right) \ Pa$

Incremento energía de flujo específica: $\frac{\left(P_2 - P_1\right)}{\rho} = -90 \ \frac{J}{kg}$

Caudal: $m := 900 \ \frac{kg}{s}$

Turbina: $W_{nom} := -740 \ kW$ $\quad \eta := 0.90$

$W_{real} := \frac{W_{nom}}{\eta} = -8.222 \cdot 10^5 \ W \qquad W_{esp} := \frac{W_{real}}{m} = -913.58 \ \frac{J}{kg}$

SOLUCIÓN

Aplicando en balance de energía mecánica: $g \cdot \Delta z + \frac{1}{2} \cdot \Delta \cdot \left(\frac{v^2}{\alpha}\right) + \frac{\Delta P}{\rho} = W_{esp} - e_V$

despejando: $e_V := W_{esp} - g \cdot \left(z_2 - z_1\right) - \frac{P_2 - P_1}{\rho} = 108.052 \ \frac{J}{kg}$

Las pérdidas de energía mecánica son: $E_V := e_V \cdot m = \left(9.725 \cdot 10^4\right) \ W$

y el calentamiento sería: $e_V = c_p \cdot \Delta T \qquad \Delta T := \frac{e_V}{c_p} = 0.026 \ \Delta °C$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.16

Mediante una bomba se hace circular de modo continuo agua a 15 ºC a través de una conducción de 5 cm de diámetro interno. Un dispositivo registrador indica un caudal de circulación de 10800 L/h con una carga de 55.2 cm de agua a través de un diafragma medidor.

(a) ¿Cuál será el diámetro del diafragma?
(b) ¿Cuál será la pérdida neta de carga debida a la presencia del diafragma cuando el caudal de circulación es de 7200 L/h?
(c) La pérdida neta de carga en un venturímetro es 1/8 de la del diafragma, pero costaría 120 euros más. Si esta diferencia se tuviese que pagar en 5 años, el rendimiento total de la bomba es del 60% y el coste de la energía es 0.06 euros/kWh, ¿que resultaría más económico, instalar un venturímetro o un diafragma?

Datos y notas:
Viscosidad del agua a 15 ºC: 1 cP.

DATOS

Densidad agua: $\rho := 1000\ \frac{kg}{m^3}$

Viscosidad agua: $\mu := 0.01\ poise = 0.001\ \frac{kg}{m \cdot s}$

Temperatura : $T := 15\ °C$

Diametro conducción: $D_1 := 5\ cm$

Rendimiento bomba: $\eta := 0.6$

Caudal volumétrico: $Q_V := 10800\ \frac{L}{hr} = 0.003\ \frac{m^3}{s}$

Caudal másico: $m := Q_V \cdot \rho = 3\ \frac{kg}{s}$

Lectura manométrica: $\Delta h_m := -55.2\ cm$

Diferencia de presión: $\Delta P := \rho \cdot g \cdot \Delta h_m = -5.413 \cdot 10^3\ Pa$

Unidad monetaria: $EUR := 1$

SOLUCIÓN

(a) Por ser un líquido: Y = 1. Se supone C = 0.6 y luego se confirmará si $Re_2 > 10000$

$C := 0.6 \qquad Y := 1$

$$m = C \cdot Y \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \rho \cdot \Delta P}{\left(1-\beta^4\right)}} = C \cdot Y \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_2^{\,2} \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \rho \cdot \Delta P}{\left(1-\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right)}}$$

Resolviendo la ecuación: $D_2 := 0.039\ m$

y la relación de diámetros: $\beta := \frac{D_2}{D_1} = 0.78$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Comprobando si la suposición de que el régimen de circulación en el estrechamiento es turbulento

$$S_2 := \frac{\pi}{4} \cdot D_2{}^2 = 0.001\ m^2 \qquad v_2 := \frac{Q_V}{S_2} = 2.511\ \frac{m}{s}$$

$$Re_2 := \frac{\rho \cdot v_2 \cdot D_2}{\mu} = 9.794 \cdot 10^4$$

Suposición de C=0.6 correcta

(b) Nuevo caudal: $Q_{V2} := 7200 \cdot \frac{L}{hr} = 0.002\ \frac{m^3}{s}$ $\qquad m_2 := Q_{V2} \cdot \rho = 2\ \frac{kg}{s}$

Despejando: $$\Delta P_2 := \left(\frac{m_2}{C \cdot Y \cdot S_2}\right)^2 \cdot \frac{\left(1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right)}{(-2 \cdot \rho)} = -2.452 \cdot 10^3\ Pa$$

Se comprueba nuevamente el valor de C:

$$v_2 := \frac{Q_{V2}}{S_2} = 1.674\ \frac{m}{s} \qquad Re_2 := \frac{\rho \cdot v_2 \cdot D_2}{\mu} = 6.529 \cdot 10^4$$

Suposición de C = 0.6 correcta.

(c)

Pérdida neta de carga en el diafragma: $\Delta P_{perm.dia} := \left(1 - \beta^2\right) \cdot \Delta P_2 = -960.216\ Pa$

Pérdida neta de carga en el venturímetro: $\Delta P_{perm.vent} := \frac{\Delta P_{perm.dia}}{8} = -120.027\ Pa$

Diferencia de pérdidas: $\Delta P_{perm.dia} - \Delta P_{perm.vent} = -840.189\ Pa$

$$Consumo_extra_energia := \frac{\Delta P_{perm.dia} - \Delta P_{perm.vent}}{\rho} \cdot m_2 = -1.68\ W$$

$$Coste_extra_periodo := Consumo_extra_energia \cdot 3600\ \frac{s}{hr} \cdot 24\ \frac{hr}{day} \cdot 365\ \frac{day}{yr} \cdot 5\ yr \cdot \frac{1}{\eta} \cdot 0.06\ \frac{EUR}{kW \cdot hr}$$

$$Coste_extra_periodo = -7.36\ EUR$$

El consumo extra en el periodo es menor que 120, por lo que no compensa el cambio.

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.17

Por una conducción de 15 cm de diámetro interno circula aire a 40 ºC con una velocidad media de 1 m/s. Se ha instalado un manómetro de Hg en U de rama abierta que señala una diferencia de alturas de 15.1 cm. El aire pasa a través de un orificio medidor y se mide la diferencia de presión mediante un manómetro diferencial de dos líquidos (CCl_4 y agua).

(a) ¿Cuál ha de ser el diámetro del orificio para que la lectura del manómetro sea de 1.7 cm

(b) Si circula aire a 20 ºC y el manómetro de mercurio indica una diferencia de alturas de 76 cm, ¿a qué velocidad ha de circular el aire para que el manómetro de dos líquidos siga señalando 1.7 cm?

Datos y notas:

Presión atmosférica: 760 mmHg. Densidad del mercurio: 13600 $kg \cdot m^{-3}$. Densidad del CCl_4: 1590 $kg \cdot m^{-3}$. Relación Cp/Cv para el aire: 1.4. Viscosidad del aire: $1.87 \cdot 10^{5}$ kg/(m·s).

DATOS

Fluido:	Aire
Temperatura:	$T_1 := 40\ °C$
Velocidad:	$v_1 := 1\ \frac{m}{s}$
Diámetro conducción:	$D_1 := 15\ cm = 0.15\ m$
Caudal volumétrico:	$Q_v := v_1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_1^{\ 2} = 0.018\ \frac{m^3}{s}$
Densidad mercurio:	$\rho_{Hg} := 13600\ \frac{kg}{m^3}$
Densidad CCl4 :	$\rho_{CCl4} := 1590\ \frac{kg}{m^3}$
Densidad agua:	$\rho_{agua} := 1000\ \frac{kg}{m^3}$
Peso molecular aire:	$M_{aire} := 28.9\ \frac{gm}{mol}$
Viscosidad aire:	$\mu := 1.87 \cdot 10^{-5}\ \frac{kg}{m \cdot s}$
Razón calores específicos:	$\gamma := 1.4$
Presión atmosférica:	$P_{atm} = 760\ mm\ Hg$ $P_{atm} = P_{atm} \cdot \rho_{Hg} \cdot g = 1.014 \cdot 10^{5}\ Pa$
Presión estática conducción: (despreciando la columna de aire)	$\Delta h_{m1} := 15.1\ cm$ $P_1 := P_{atm} + \Delta h_{m1} \cdot g \cdot \rho_{Hg} = \left(1.215 \cdot 10^{5}\right)\ Pa$
Diferencia de presiones en el estrechamiento:	$\Delta h_{m2} := 1.7\ cm$ $\Delta P := -\left(\rho_{CCl4} - \rho_{agua}\right) \cdot g \cdot \Delta h_{m2} = -98.361\ Pa$

SOLUCIÓN

(a) Para fluidos compresibles, como el aire, el caudal viene dado por: $Q_V = C \cdot Y \cdot A_2 \cdot \sqrt{\dfrac{-2 \cdot \Delta P}{\rho_1 \cdot \left(1 - \beta^4\right)}}$

Densidad del aire en la conducción: $\rho_1 := \dfrac{P_1 \cdot M_{aire}}{R \cdot T_1} = 1.349\ \dfrac{kg}{m^3}$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Suponiendo que el régimen turbulento, el coeficiente de expansión es: $C := 0.6$

Para orificios, el coeficiente de expansión es: $Y = 1 - \frac{P_1 - P_2}{\gamma \cdot P_1} \cdot \left(0.41 + 0.35 \cdot \beta^4\right)$ $0.2 < \beta < 0.8$

Sustituyendo: $$Q_v = C \cdot \left(1 - \frac{\Delta P}{\gamma \cdot P_1} \cdot \left(0.41 + 0.35 \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right)\right) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_2^{\,2} \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \Delta P}{\rho_1 \cdot \left(1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right)}}$$

Se tantea numéramente o gráficamente: $D_2 := 0.055\ m$

Se comprueba la condición para el cálculo de Y: $\beta := \frac{D_2}{D_1} = 0.367$ $(0.2 < \beta < 0.8)$

Y se comprueba la condición para el coeficiente de expansión supuesto:

Presión en orificio: $P_2 := P_1 + \Delta P = \left(1.214 \cdot 10^5\right)\ Pa$

Densidad aire en orificio: $\rho_2 := \frac{P_2 \cdot M_{aire}}{R \cdot T_1} = 1.348\ \frac{kg}{m^3}$ (supuesto isotermo)

Caudal másico: $m := Q_v \cdot \rho_1 = 0.024\ \frac{kg}{s}$ en gases se mantiene constante, no así el caudal volumétrico

Caudal volumétrico y velocidad en orificio: $Q_{v2} := \frac{m}{\rho_2} = 0.018\ \frac{m^3}{s}$ $v_2 := \frac{Q_{v2}}{\left(\frac{\pi}{4} \cdot D_2^{\,2}\right)} = 7.444\ \frac{m}{s}$

Reynolds en orificio: $Re_2 := \frac{\rho_2 \cdot v_2 \cdot D_2}{\mu} = 2.951 \cdot 10^4$ $Re_2 > 10^4$

por lo que pueden aceptarse todos los cálculos realizados.

(b) Las nuevas condiciones de circulación son:

Temperatura: $T_{1b} := 20\ °C$

Lectura manométrica: $\Delta h_{m1b} := 76 \cdot cm$

Presión absoluta en conducción: $P_{1b} := P_{atm} + \Delta h_{m1b} \cdot g \cdot \rho_{Hg} = \left(2.028 \cdot 10^5\right)\ Pa$

Volviendo a aplicar el balance de energía mecánica:

Nueva densidad: $\rho_{1b} := \frac{P_{1b} \cdot M_{aire}}{R \cdot T_{1b}} = 2.404\ \frac{kg}{m^3}$

Factor expansión: $Y := 1 - \frac{\Delta P}{\gamma \cdot P_1} \cdot \left(0.41 + 0.35 \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right) = 1$

el caudal volumétrico será: $Q_{vb} := C \cdot Y \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot D_2^{\,2}\right) \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \Delta P}{\rho_{1b} \cdot \left(1 - \beta^4\right)}} = 0.013\ \frac{m^3}{s}$

y la velocidad: $v_b := \frac{Q_{vb} \cdot 4}{\pi \cdot D_1^{\,2}} = 0.737\ \frac{m}{s}$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.18

Por una conducción de 300 mm de diámetro circula agua con caudales no superiores a 0.1 m^3 /s. El caudal ha de medirse con un venturímetro y la diferencia de presión entre la entrada del venturímetro y su cuello del mismo se medirá con un manómetro en U que contiene Hg como fluido manométrico. Si la lectura máxima del manómetro no ha de sobrepasar los 600 mmHg, calcular el diámetro mínimo que ha de tener el cuello del venturímetro, suponiendo que el coeficiente de descarga es constante e igual a 0.97.

Datos y notas:
Densidad del mercurio: 13600 kg/ m^3 .

DATOS

Fluido: Agua (líquido)

Caudalímetro: Venturímetro

Densidad agua: $\rho_{agua} := 1000 \ \frac{kg}{m^3}$

Densidad mercurio: $\rho_{Hg} := 13600 \ \frac{kg}{m^3}$

Diámetro conducción: $D_1 := 300 \ mm = 0.3 \ m$

Caudal volumétrico: $Q_v := 0.1 \ \frac{m^3}{s}$

Manómetro: en U con mercurio

Lectura manométrica: $\Delta h_m := 600 \ mm$

Diferencia de presión: $\Delta P := -(\rho_{Hg} - \rho_{agua}) \cdot g \cdot \Delta h_m = -7.414 \cdot 10^4 \ Pa$

Coeficiente de descarga: $C := 0.97$

Factor expansión: $Y := 1$ Fluido incompresible

SOLUCIÓN

Aplicandо el balance de energía mecánica al venturímetro:

$$Q_V = C \cdot Y \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \Delta P}{\rho_1 \cdot (1 - \beta^4)}} = C \cdot Y \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_2^2 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \Delta P}{\rho_{agua} \cdot \left(1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right)}}$$

Se calcula el diámetro del venturímetro por tanteo:

$$D_2 = 0.103 \ m$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.19

Por un gaseoducto circula metano con un caudal másico de 7.48 kg/s a 15.5 ºC. Se emplea un venturímetro para controlar el caudal de gas que circula por la conducción. Si a la entrada del venturímetro la presión estática del gas es de 240 $kN \cdot m^{-2}$ manométricos, calcular la diferencia de nivel entre las dos ramas de un manómetro diferencial de mercurio conectado al dispositivo medidor.

Datos y notas:
Diámetro interno del gaseoducto: 12 pulgadas. Diámetro del cuello del venturímetro: 6 pulgadas. Presión atmosférica: 1 bar. Cp/Cv = 1.3. Densidad del mercurio: 13600 $kg \cdot m^{-3}$. Coeficiente de descarga: 0.98.

DATOS

Fluido: Metano (gas)

Peso molecular metano: $M_{metano} := 16 \ \frac{gm}{mol}$

Densidad mercurio: $\rho_{Hg} := 13600 \ \frac{kg}{m^3}$

Razón de calores específicos: $\gamma := 1.3$

Caudal másico: $Q_m := 7.48 \ \frac{kg}{s}$

Temperatura: $T_1 := 15.5 \ °C$

Presión atmosférica: $P_{atm} := 1 \ bar = \left(1 \cdot 10^5\right) \ Pa$

Presión manométrica: $P_{man} := 240 \cdot \frac{kN}{m^2} = \left(2.4 \cdot 10^5\right) \ Pa$

Presión absoluta: $P_1 := P_{atm} + P_{man} = \left(3.4 \cdot 10^5\right) \ Pa$

Diámetro y área de la conducción: $D_1 := 12 \ in = 0.305 \ m$ $\quad A_1 := \frac{\pi}{4} \cdot D_1^{\ 2} = 0.073 \ m^2$

Diámetro y área del venturímetro: $D_2 := 6 \ in = 0.152 \ m$ $\quad A_2 := \frac{\pi}{4} \cdot D_2^{\ 2} = 0.018 \ m^2$

Razón de diámetros: $\beta := \frac{D_2}{D_1} = 0.5$

Coeficiente de descarga: $C := 0.98$

SOLUCIÓN

El balance de energía mecánica en el venturímetro es:

$$Q_m = C \cdot Y \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \rho_1 \cdot \Delta P}{1 - \beta^4}}$$

en donde tenemos que calcular previamente la densidad.

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Densidad metano en conducción: $\rho_{metano} := \frac{P_1 \cdot M_{metano}}{R \cdot T_1} = 2.267 \ \frac{kg}{m^3}$

Teniendo en cuenta la fórmula del factor de expansión: $Y = 1 - \frac{-\Delta P}{\gamma \cdot P_1} \cdot \left(0.8 + 0.8 \cdot \beta^4\right)$

$$Q_m = C \cdot \left(1 - \frac{-\Delta P}{\gamma \cdot P_1} \cdot \left(0.8 + 0.8 \cdot \beta^4\right)\right) \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \rho_{metano} \cdot \Delta P}{\left(1 - \beta^4\right)}}$$

y resolviendo la ecuación:

$$\Delta P = -4.303 \cdot 10^4 \ Pa$$

de donde puede calcularse la altura manométrica:

$$\Delta h_m := \frac{-\Delta P}{\left(\rho_{Hg} - \rho_{metano}\right) \cdot g} = 0.323 \ m$$

Problema 4.20

Un rotámetro posee una escala graduada con 25 divisiones. El flotador empleado está elaborado con un material desconocido, y tampoco se conoce su volumen. Por el aparato se hace circular aire, su caudal es 0.696 L/s, y se obtiene los siguientes resultados:

- Temperatura del aire: 33 ºC
- Lectura del rotámetro: 13
- Presión barométrica: 1 bar
- Presión estática: 510 Pa manométricos
- Peso del flotador en aire: 4.62 g
- Peso del flotador en agua: 2.96 g
- Diámetro del rotámetro en la parte superior: 1.650 cm
- Diámetro del rotámetro en la parte inferior: 1.303 cm
- Diámetro del flotador: 1.270 cm

Calcular el coeficiente C_R del rotámetro, suponiendo que Y = 1 a causa del reducido valor de Δp.

DATOS

Fluido: Aire (gas)

Caudalímetro: Rotámetro

Peso molecular aire: $M_{aire} := 28.9 \ \frac{gm}{mol}$

Escala rotámetro: $H := 25$

Lectura rotámetro: $h := 13$

Temperatura: $T_1 := 33 \ °C$

Presión barométrica: $P_{bar} := 1 \ bar = \left(1 \cdot 10^5\right) \ Pa$

Presión estática: $P_{man} := 510 \ Pa$ $\qquad P := P_{man} + P_{bar} = \left(1.005 \cdot 10^5\right) \ Pa$

Caudal volumétrico: $Q_V := 0.696 \ \frac{L}{s} = \left(6.96 \cdot 10^{-4}\right) \ \frac{m^3}{s}$

Densidad aire: $\rho := \frac{P \cdot M_{aire}}{R \cdot T_1} = 1.141 \ \frac{kg}{m^3}$

Caudal másico: $m := Q_V \cdot \rho = \left(7.943 \cdot 10^{-4}\right) \ \frac{kg}{s}$

Peso flotador en aire: $Peso_{aire} := 4.62 \ gm$

Peso flotador en agua: $Peso_{agua} := 2.96 \ gm$

Densidad agua: $\rho_{agua} := 1000 \ \frac{kg}{m^3}$

El volumen del flotador puede calcularse teniendo en cuenta el empuje en agua:

Volumen flotador: $V_{flotador} := \frac{\left(Peso_{aire} - Peso_{agua}\right)}{\rho_{agua}} = 0.002 \ L$

Densidad flotador: $\rho_{fotador} := \frac{Peso_{aire}}{V_{flotador}} = \left(2.783 \cdot 10^3\right) \ \frac{kg}{m^3}$

Diámetro flotador: $D_{flotador} := 1.27 \cdot cm = 0.013\ m$

Área flotador: $A_{flotador} := \frac{\pi}{4} \cdot D_{flotador}^2 = (1.267 \cdot 10^{-4})\ m^2$

Diámetro superior rotámetro: $D_{rot.sup} := 1.65\ cm = 0.017\ m$

Diámetro inferior rotámetro: $D_{rot.inf} := 1.303\ cm = 0.013\ m$

Área inferior rotámetro: $A_1 := \frac{\pi}{4} \cdot D_{rot.inf}^2 = (1.333 \cdot 10^{-4})\ m^2$

Teniendo en cuenta consideraciones geométricas, el área del rotámetro a la altura del flotador es:

$$A_2 := \frac{\pi}{4} \cdot \left(D_{rot.inf} + \frac{D_{rot.sup} - D_{rot.inf}}{H} \cdot h\right)^2 = (1.728 \cdot 10^{-4})\ m^2$$

Área del anillo: $A_{anillo} := A_2 - A_{flotador} = (4.616 \cdot 10^{-5})\ m^2$

SOLUCIÓN

Aplicando el balance de energía mecánica al rotámetro:

$$m = C_R \cdot Y \cdot A_{anillo} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \rho \cdot V_f \cdot (\rho_f - \rho)}{A_f \cdot \left(1 - \left(\frac{A_{anillo}}{A_1}\right)^4\right)}}$$

de donde puede despejarse el coeficiente de descarga:

$$C_R := \frac{m}{A_{anillo} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \rho \cdot V_{flotador} \cdot (\rho_{fotador} - \rho)}{A_{flotador} \cdot \left(1 - \left(\frac{A_{anillo}}{A_1}\right)^4\right)}}} = 0.598$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.21

Un rotámetro tiene un tubo de 12 pulgadas de largo, con un diámetro interno de 1 pulgada en la parte superior y 3/4 pulgadas en la base. El diámetro del flotador es de 3/4 pulgadas, su densidad es 4.8 $g \cdot cm^{-3}$ y el volumen es de 0.4 pulgadas cúbicas. Si el coeficiente de descarga es 0.72, ¿a qué altura se encontrará el flotador cuando se mida una corriente de agua con un caudal de 90 galones/h?

DATOS

Fluido: Agua

Medidor: Rotametro

Densidad agua: $\rho_{agua} := 1000 \ \frac{kg}{m^3}$

Longitud rotámetro: $L := 12 \ in = 0.305 \ m$

Diámetro superior rotámetro: $D_{sup} := 1 \ in = 0.025 \ m$

Diámetro inferior rotámetro: $D_{inf} := \frac{3}{4} \ in = 0.019 \ m$

Área en la entrada: $A_1 := \frac{\pi}{4} \cdot D_{inf}^2 = \left(2.85 \cdot 10^{-4}\right) \ m^2$

Densidad flotador: $\rho_{flotador} := 4.8 \ \frac{gm}{cm^3} = \left(4.8 \cdot 10^3\right) \ \frac{kg}{m^3}$

Diámetro flotador rotámetro: $D_{flotador} := \frac{3}{4} \ in = 0.019 \ m$

Área flotador: $A_{flotador} := \frac{\pi}{4} \cdot D_{flotador}^2 = \left(2.85 \cdot 10^{-4}\right) \ m^2$

Volumen flotador: $V_{flotador} := 0.4 \ in^3 = 0.007 \ L$

Coeficiente de descarga: $C := 0.72$

Factor de expansión: $Y := 1$ (por ser un líquido)

Caudal volumétrico: $Q_V := 90 \ \frac{gal}{hr} = \left(9.464 \cdot 10^{-5}\right) \ \frac{m^3}{s}$

Caudal másico: $m := Q_V \cdot \rho_{agua} = 0.095 \ \frac{kg}{s}$

SOLUCIÓN

Para un rotámetro, el caudal másico viene dado por la siguiente expresión, donde el subíndice 1 hace referencia a la entrada al rotámetro y el subíndice 2 al anillo entre el flotador y el tubo del rotámetro:

$$m = C_R \cdot Y \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \rho \cdot V_f \cdot \left(\rho_f - \rho\right)}{A_f \cdot \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^4\right)}}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Sustituyendo los valores conocidos y resolviendo la ecuación:

$$A_{anillo} = 9.96 \cdot 10^{-5}\ m^2$$

Conociendo el área del anillo y mediante consideraciones geométricas, podemos conocer la altura a la que se obtendrá dicho anillo:

Área del tubo a la altura buscada: $A_{rot} := A_{anillo} + A_{flotador} = \left(3.847 \cdot 10^{-4}\right)\ m^2$

Diámetro del tubo a la altura buscada: $D_{rot} := \sqrt{\dfrac{4 \cdot A_{rot}}{\pi}} = 0.022\ m$

Variación del diámetro con la altura en un tubo troncocónico: $D_{rot} = D_I + \dfrac{D_{sup} - D_{inf}}{L} \cdot h$

Despejando: $h := \dfrac{\left(D_{rot} - D_{inf}\right) \cdot L}{D_{sup} - D_{inf}} = 0.148\ m$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.22

En una planta se bombea esencia de trementina desde la base de una columna de destilación hasta un gran tanque de almacenamiento con un caudal de 90 L/min. El nivel de líquido en el tanque está 5 m por encima del nivel de la base de la columna. El tanque está abierto a la atmósfera, mientras que la columna opera a 0.4 atm de presión absoluta.
La columna y el tanque se encuentran unidos por una conducción de tal forma que la pérdida de energía mecánica que experimenta el fluido a través del sistema es de 330 J/kg.
Calcular la energía necesaria para impulsar el fluido mediante una bomba (en watios).

Datos y notas
Densidad = 0.86 g/ cm^3 . Presión atmosférica = 1 atm. Dado el gran tamaño de la columna y del tanque de almacenamiento, considerar que la velocidad del fluido es despreciable en la base de la columna y en la superficie del tanque.

DATOS

Fluido: Esencia de trementina (líquido)

Densidad del fluido: $\rho := 0.860 \ \frac{gm}{cm^3} = 860 \ \frac{kg}{m^3}$

Diferencia de alturas: $\Delta z := 5 \ m$

Presión de entrada: $P_1 := 0.4 \ atm = \left(4.053 \cdot 10^4\right) \ Pa$

Presión de salida: $P_2 := 1 \ atm = \left(1.013 \cdot 10^5\right) \ Pa$

Caudal volumétrico: $Q_L := 90 \ \frac{L}{min} = 0.002 \ \frac{m^3}{s}$

Caudal másico: $m := Q_L \cdot \rho = 1.29 \ \frac{kg}{s}$

Pérdidas de energía mecánica: $e_v := 330 \ \frac{J}{kg}$

SOLUCIÓN

El balance de energía mecánica es:

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + g \cdot \Delta z = w - e_v$$

despejando, el trabajo específico será:

$$w_{esp} := \frac{\left(P_2 - P_1\right)}{\rho} + g \cdot \Delta z + e_v = 449.725 \ \frac{J}{kg}$$

y teniendo en cuenta el caudal másico:

$$W := w_{esp} \cdot m = 580.145 \ W$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.23

Se dispone de un orificio medidor que tiene un diámetro de 0.75", situado en una conducción de 3" de diámetro interno. A través de la conducción circula agua a 15ºC. La diferencia de presión se mide con un manómetro diferencial de mercurio bajo agua. Calcular el caudal que circula cuando la lectura manométrica es de 50 cm.

Datos y notas
Densidad del agua: 1 kg/L, Viscosidad del agua: 1 cP, Densidad del mercurio: 13.650 g/mL.

DATOS

Fluido: Agua (líquido)

Medidor: Orificio

Densidad agua: $\rho_{agua} := 1000 \ \frac{kg}{m^3}$

Viscosidad agua: $\mu := 10^{-3} \ Pa \cdot s = 0.001 \ \frac{kg}{m \cdot s}$

Temperatura: $T := 15 \ °C$

Diámetro conducción: $D_1 := 3 \ in = 0.076 \ m$

Diámetro orificio: $D_2 := 0.75 \ in = 0.019 \ m$

Área orificio: $A_2 := \frac{\pi}{4} \cdot D_2^2 = (2.85 \cdot 10^{-4}) \ m^2$

Razón de diámetros: $\beta := \frac{D_2}{D_1} = 0.25$

Manómetro: Diferencial de mercurio bajo agua

Densidad mercurio: $\rho_{Hg} := 13650 \ \frac{kg}{m^3}$

Altura manométrica: $\Delta h_m := 50 \ cm = 0.5 \ m$

Diferencia presiones: $\Delta P := -(\rho_{Hg} - \rho_{agua}) \cdot g \cdot \Delta h_m = -6.203 \cdot 10^4 \ Pa$

SOLUCIÓN

Suponiendo que el régimen es turbulento, el coeficiente de descarga sería: $C := 0.6$

Aplicando el balance de energía mecánica, y teniendo en cuenta que circula un líquido (Y=1):

$$m := C \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \rho_{agua} \cdot \Delta P}{1 - \beta^4}} = 1.908 \ \frac{kg}{s}$$

el caudal volumétrico será: $Q_V := \frac{m}{\rho_{agua}} = 0.002 \ \frac{m^3}{s}$

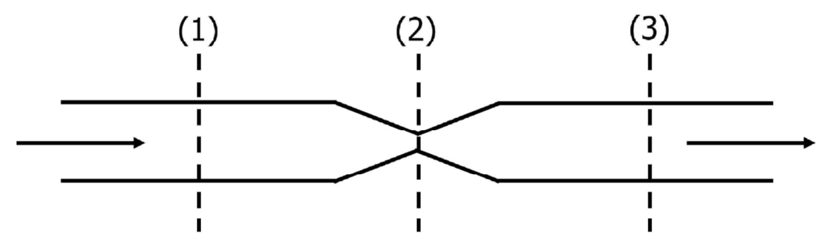
Ahora debe comprobarse que el régimen de circulación en el orificio es, efectivamente, turbulento:

$$v_2 := \frac{Q_V}{A_2} = 6.696 \ \frac{m}{s} \qquad Re_2 := \frac{\rho_{agua} \cdot v_2 \cdot D_2}{\mu} = 1.276 \cdot 10^5 \qquad Re_2 > 10^4$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.24

Se mide el caudal de circulación de agua en una tubería de 6" de diámetro interno, con un venturímetro que tiene la garganta de 2" de diámetro. Cuando la pérdida de presión entre la sección (1) y la garganta (2) del venturímetro es de 10.7 cm. de agua, el caudal de circulación es de 2.9 kg/s. ¿Cuál es el coeficiente de descarga del venturímetro para ese caudal y cuál es la pérdida de energía mecánica debida al rozamiento hasta la garganta?. Si la diferencia de presión entre la sección (1) y la sección (3) es de 1.52 cm. de agua ¿Cuál es la pérdida de presión permanente expresada como porcentaje de la diferencia de presión leída entre la sección anterior (1) y la garganta (2)?



DATOS

Fluido: Agua (líquido)

Medidor: Venturímetro

Diámetro conducción: $D_1 := 6\ in = 0.152\ m$

Área conducción: $A_1 := \frac{\pi}{4} \cdot D_1^2 = 0.018\ m^2$

Diámetro estrechamiento: $D_2 := 2\ in = 0.051\ m$

Área estrechamiento: $A_2 := \frac{\pi}{4} \cdot D_2^2 = 0.002\ m^2$

Razón diámetros: $\beta := \frac{D_2}{D_1} = 0.333$

Densidad agua: $\rho_{agua} := 1000\ \frac{kg}{m^3}$

Caudal másico: $m := 2.9\ \frac{kg}{s}$

Manómetro: Diferencial de agua

Altura manométrica: $\Delta h_m := 10.7\ cm$

Diferencia presión: $\Delta P_{12} := -\rho_{agua} \cdot g \cdot \Delta h_m = -1.049 \cdot 10^3\ Pa$

SOLUCIÓN

Aplicando el balance de energía mecánica, y teniendo en cuenta que circula un líquido (Y = 1):

$$Q_m = C \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \rho_{agua} \cdot \Delta P_{12}}{1 - \beta^4}}$$

Despejando el coeficiente de descarga:

$$C := m \div \left(A_2 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \rho_{agua} \cdot \Delta P_{12}}{1-\beta^4}} \right) = 0.982$$

Para un venturímetro, la pérdida de presión permanente es, aproximadamente:

$$\Delta P_{perm} := 0.1 \cdot \Delta P_{12} = -104.931 \ Pa$$

También puede calcularse la pérdida de presión permanente a partir del manómetro conectado entre las secciones 1 y 3:

$$\Delta h_{m13} := 1.52 \ cm \qquad \Delta P_{13} := -\rho_{agua} \cdot g \cdot \Delta h_{m13} = -149.061 \ Pa$$

que es muy próxima a la estimada por la fórmula general.

La pérdida de presión permanente, expresada en la forma solicitada por el problema es:

$$\frac{\Delta P_{13}}{\Delta P_{12}} \cdot 100 = 14.206$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.25

Un orificio medidor se calibra para medir el caudal de una corriente de acetona líquida. Se utiliza un manómetro diferencial simple con un fluido manométrico de densidad 1100 kg/ m^3 . Los datos obtenidos experimentalmente son los siguientes:

Caudal Q (mL/s)	Lectura manométrica Δh (mm)
245	5
346	10
424	15
490	20
548	25
600	30

(a) Para cada una de las lecturas, calcular la caída de presión a través del orificio, (-Δp) en mm de Hg.

(b) El caudal a través de un orificio está relacionado con la caída de presión a través del mismo por la expresión: $Q = K \cdot (-\Delta p)^n$ siendo: Q = mL/s y (-Δp) = mm Hg. Determinar los valores de K y n que mejor se ajusten a los datos.

(c) Si la lectura del manómetro en cuestión fuese Δh=17 mm, determinar el caudal d circulación de la acetona.

Datos:

Densidad de la acetona: 791 kg/ m^3 .

DATOS

Fluido: Acetona

Manómetro: Diferencial con acetona y un líquido manométrico

Densidad acetona: $\rho_{acetona} := 791 \frac{kg}{m^3}$

Densidad fluido manométrico: $\rho_{man} := 1100 \frac{kg}{m^3}$

Densidad mercurio: $\rho_{Hg} := 13650 \frac{kg}{m^3}$

SOLUCIÓN

(a) Para cada lectura, hay que calcular la diferencia de presiones (ΔP) y expresarla como altura de una columna de mercurio:

$$\Delta P(\Delta h_m) := -(\rho_{man} - \rho_{acetona}) \cdot g \cdot \Delta h_m \qquad \Delta P = -\rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_{Hg}$$

$$Q_V := 245 \frac{mL}{s} \qquad \Delta P(5\ mm) = -15.2\ Pa \qquad \Delta h_{Hg} := \frac{-\Delta P(5\ mm)}{\rho_{Hg} \cdot g} = 0.11\ mm$$

$$Q_{V2} := 346 \frac{mL}{s} \qquad \Delta P_2(10\ mm) = -30.3\ Pa \qquad \Delta h_{Hg2} = \frac{-\Delta P_2(10\ mm)}{\rho_{Hg} \cdot g} = 0.23\ mm$$

$$Q_{V3} := 424 \frac{mL}{s} \qquad \Delta P_3(15\ mm) = -45.5\ Pa \qquad \Delta h_{Hg3} = \frac{-\Delta P_3(15\ mm)}{\rho_{Hg} \cdot g} = 0.34\ mm$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

$$Q_{V4} := 490\ \frac{mL}{s} \qquad \Delta P_4(20\ mm) = -60.6\ Pa \qquad \Delta h_{Hg4} = \frac{-\Delta P_4(20\ mm)}{\rho_{Hg} \cdot g} = 0.45\ mm$$

$$Q_{V5} := 548\ \frac{mL}{s} \qquad \Delta P_5(25\ mm) = -75.8\ Pa \qquad \Delta h_{Hg5} = \frac{-\Delta P_5(25\ mm)}{\rho_{Hg} \cdot g} = 0.57\ mm$$

$$Q_{V6} := 600\ \frac{mL}{s} \qquad \Delta P_6(30\ mm) = -90.9\ Pa \qquad \Delta h_{Hg6} = \frac{-\Delta P_6(30\ mm)}{\rho_{Hg} \cdot g} = 0.68\ mm$$

(b) Para calcular el valor de las constante de la ecuación, se toman logaritmos y se hace el ajuste por mínimos cuadrados de los datos:

$$log(Q) = log(K) + n \cdot log(-\Delta P)$$

Obteniéndose: $K := 727.8$ $n := 0.5$

(c) Para la lectura indicada, usando las mismas ecuaciones:

$$\Delta h_{mc} := 17 \cdot mm \qquad \Delta P_c := -(\rho_{man} - \rho_{acetona}) \cdot g \cdot \Delta h_{mc} = -51.514\ Pa \qquad \Delta h_{Hgc} := \frac{-\Delta P_c}{\rho_{Hg} \cdot g} = 0.385\ mm$$

$$Q_{Vc} := K \cdot 0.385^n = 451.588\ \frac{mL}{s}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.26

Por una conducción de 3" estándar de diámetro (diámetro interno = 3.068") fluye aire a una presión manométrica de 10.2 atm y 27 ºC. En la conducción hay instalado un orificio medidor de 3.5 cm de diámetro. La presión del aire tras el orificio es de 9 atm manométricas. Considerando el aire como un gas ideal, calcular el caudal másico de aire que circula por la conducción, en kg/h.

Datos y notas:

C_p = 7 kcal/(kmol·K); C_v = 5 kcal/(kmol·K); μ= 0.018 cP; P_{atm} = 1 atm.

DATOS

Fluido: Aire (gas)

Caudalímetro: Orificio

Peso molecular aire: $PM := 28.9 \ \frac{kg}{kmol}$

Viscosidad aire: $\mu := 0.00018 \ poise = \left(1.8 \cdot 10^{-5}\right) \ \frac{kg}{m \cdot s}$

Presión atmosférica: $P_{atm} := 1 \ atm = \left(1.013 \cdot 10^{5}\right) \ Pa$

Temperatura: $T_1 := 27 \ °C$

Calor específico a presión constante: $c_p := 7 \ \frac{kcal}{kmol \cdot K}$

Calor específico a volumen constante: $c_V := 5 \ \frac{kcal}{kmol \cdot K}$

Razón de calores específicos: $K := \frac{c_p}{c_V} = 1.4$

Presión conducción: $P_1 := 10.2 \ atm + P_{atm} = \left(1.135 \cdot 10^{6}\right) \ Pa$

Presión orificio: $P_2 := 9 \ atm + P_{atm} = \left(1.013 \cdot 10^{6}\right) \ Pa$

Diferencia de presión: $\Delta P := P_2 - P_1 = -1.216 \cdot 10^{5} \ Pa$

Diámetro conducción: $D_1 := 3.068 \ in = 0.078 \ m$

Diámetro orificio: $D_2 := 3.5 \ cm = 0.035 \ m$

Razón de diámetros: $\beta := \frac{D_2}{D_1} = 0.449$

Área orificio: $A_2 := \frac{\pi}{4} \cdot D_2^{\ 2} = \left(9.621 \cdot 10^{-4}\right) \ m^2$

SOLUCIÓN

El balance de energía mecánica aplicado al orificio es:

$$m = C \cdot Y \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \rho_1 \cdot \Delta P}{1 - \beta^4}}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Previamente, hay que calcular:

Densidad del aire en la conducción: $\rho_1 := \frac{P_1 \cdot PM}{R \cdot T_1} = 13.14 \ \frac{kg}{m^3}$

Factor de expansión: $Y := 1 + \frac{\Delta P}{K \cdot P_1} \cdot \left(0.41 + 0.35 \cdot \beta^4\right) = 0.968$

Para orificios, suponiendo régimen turbulento: $C := 0.6$

Con lo que el caudal másico es:

$$m := C \cdot Y \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \rho_1 \cdot \Delta P}{1 - \beta^4}} = 3670 \ \frac{kg}{hr}$$

Ahora es necesario comprobar si el régimen de circulación en el orificio es realmente turbulento:

Densidad aire en orificio: $\rho_2 := \frac{P_2 \cdot PM}{R \cdot T_1} = 11.73 \ \frac{kg}{m^3}$

Caudal volumétrico en orificio: $Q_{V2} := \frac{m}{\rho_2} = 0.087 \ \frac{m^3}{s}$

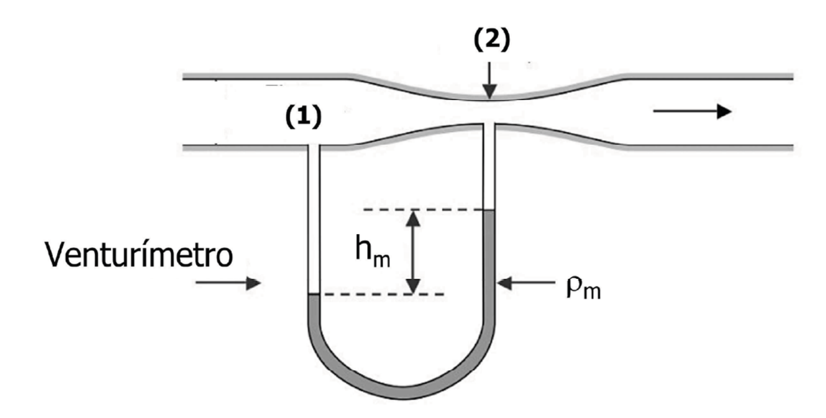
Velocidad aire en orificio: $v_2 := \frac{Q_{V2}}{A_2} = 90.3 \ \frac{m}{s}$

Reynolds en orificio: $Re_2 := \frac{\rho_2 \cdot v_2 \cdot D_2}{\mu} = 2.06 \cdot 10^6$ $\quad Re > 10^4$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.27

Para medir el caudal de circulación de un fluido incompresible que circula turbulentamente a través de un conducción, se instala en la misma un venturímetro cuyas dimensiones son tales que el área de la sección transversal de la conducción (1) es cuatro veces la de la sección de la garganta del venturímetro (2).



(a) Encuentra una relación entre las velocidades v_1 y v_2 en las secciones (1) y (2).
(b) Escribe la ecuación del balance de energía mecánica para el sistema entre los puntos (1) y (2) y utilízala para demostrar que, cuando se desprecian las pérdidas de energía por rozamiento.
(c) Calcular el caudal másico que circula por el sistema anteriormente descrito, si el fluido que circula es agua (ρ = 1000 kg/m3), el fluido manométrico es mercurio (ρ_m= 13650 kg/m3), el diámetro de la garganta del venturímetro es de 2 cm y la lectura manométrica es de 9 cm.

DATOS

$$D_1 = 4 \cdot D_2 \qquad D_2 = \frac{D_1}{4}$$

Fluido incompresible: $Q_{V1} = Q_{V2}$

SOLUCIÓN

(a) Las velocidades correspondientes en cada sección son:

$$v_1 = \frac{Q_{V1}}{S_1} = \frac{Q_{V1}}{\frac{\pi}{4} D_1^2} \qquad v_2 = \frac{Q_{V2}}{S_1} = \frac{Q_{V2}}{\frac{\pi}{4} D_2^2}$$

Teniendo en cuenta que el caudal volumétrico se mantiene constante, la razón de velocidades será:

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

y con el dato del problema:

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

(b) Planteando el balance de energía mecánica, sin pérdidas por rozamiento:

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v_2^2}{\alpha_2} - \frac{v_1^2}{\alpha_1}\right) = 0$$

Suponiendo $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, reordenando y simplificando:

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2} \cdot \left(\left(\frac{Q_V}{\frac{\pi}{4}\left(\frac{D_1}{4}\right)^2}\right)^2 - \left(\frac{Q_V}{\frac{\pi}{4} D_1^2}\right)^2\right) = \frac{2040 \cdot Q_V^2 \cdot \rho}{16 \cdot S_1^2} = \frac{2040 \cdot m^2}{16 \cdot \rho \cdot S_1^2}$$

(c) Utilizando los datos del apartado (b):

Densidad del agua: $\rho_a := 1000 \ \frac{kg}{m^3}$

Densidad del mercurio: $\rho_{Hg} := 13650 \ \frac{kg}{m^3}$

Altura manométrica: $h_m := 9 \ cm$

Diferencia de presiones: $\Delta P := -(\rho_{Hg} - \rho_a) \cdot g \cdot h_m = -1.116 \cdot 10^4 \ Pa$

Diámetro venturímetro: $D_2 := 2 \ cm$

Diámetro conducción: $D_1 := 4 \cdot D_2 = 8 \ cm$ $\qquad S_1 := \frac{\pi}{4} D_1^2 = 0.005 \ m^2$

el caudal másico es:

$$m := \sqrt{\frac{-\Delta P \cdot 16 \cdot \rho_a \cdot S_1^2}{2040}} = 1.487 \ \frac{kg}{s}$$

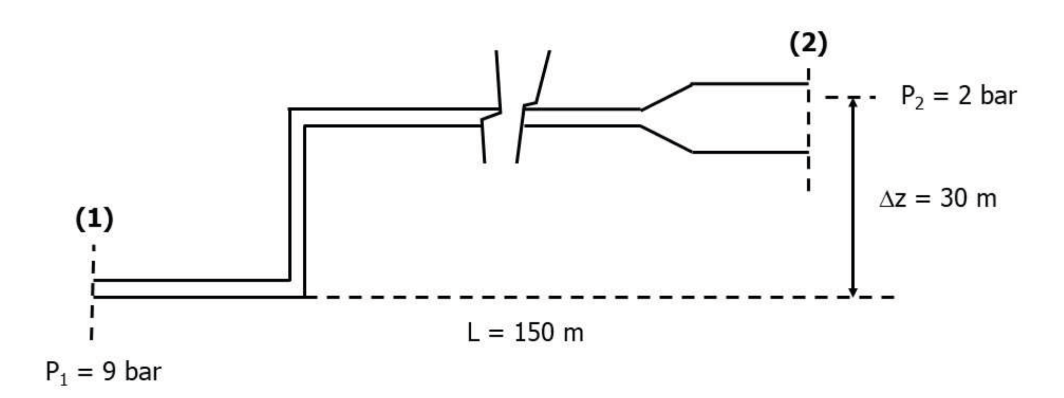
ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 4.28

A través de una tubería de 150 m de longitud y 3 pulgadas de diámetro interno fluye agua con un caudal de 14.5 L/s. Al final de este tramo la tubería se ensancha hasta 4" de diámetro interno. Calcular la pérdida de energía mecánica de la conducción.

Datos y notas:

Densidad del agua: 1 kg/L. Viscosidad del agua: 1 cP.



DATOS

Fluido: Agua

Viscosidad agua: $\mu := 0.01\ poise = 0.001\ \frac{kg}{m \cdot s}$

Densidad agua: $\rho := 1000\ \frac{kg}{m^3}$

Presión entrada: $P_1 := 9\ bar = \left(9 \cdot 10^5\right)\ Pa$

Presión salida: $P_2 := 2\ bar = \left(2 \cdot 10^5\right)\ Pa$

Diferencia de alturas: $\Delta z := 30\ m$

Longitud conducción: $longitud := 150\ m$

Diámetro y sección entrada: $D_1 := 3\ in = 0.076\ m$ $\quad S_1 := \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} = 0.005\ m^2$

Diámetro y sección salida: $D_2 := 4\ in = 0.102\ m$ $\quad S_2 := \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} = 0.008\ m^2$

Caudal volumétrico: $Q_L := 14.5\ \frac{L}{s} = 0.015\ \frac{m^3}{s}$

SOLUCIÓN

El balance de energía mecánica es el siguiente:

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + g \cdot \Delta z + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v_2^2}{\alpha_2} - \frac{v_1^2}{\alpha_1}\right) = -e_v$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Para calcular los términos de la energía cinética, debemos obtener previamente la velocidad y el régimen de circulación:

Velocidad entrada: $v_1 := \frac{Q_L}{S_1} = 3.18\ \frac{m}{s}$

Reynolds entrada: $Re_1 := \frac{\rho \cdot v_1 \cdot D_1}{\mu} = 2.423 \cdot 10^5$ $\quad Re_1 > 10^4$ $\quad \alpha_1 := 1$

Velocidad salida: $v_2 := \frac{Q_L}{S_2} = 1.79\ \frac{m}{s}$

Reynolds salida: $Re_2 := \frac{\rho \cdot v_2 \cdot D_2}{\mu} = 1.817 \cdot 10^5$ $\quad Re_2 > 10^4$ $\quad \alpha_2 := 1$

y despejando, la pérdida de energía mecánica es:

$$e_v := -\left(\frac{P_2 - P_1}{\rho} + g \cdot \Delta z + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{{v_2}^2}{\alpha_2} - \frac{{v_1}^2}{\alpha_1}\right)\right) = 409.3\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$E_v := e_v \cdot \rho \cdot Q_L = 5934\ W$$

$$E_{v_l} := \frac{E_v}{longitud} = 39.6\ \frac{W}{m}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

BLOQUE III

Balances de materia en sistemas con reacción química. Reactores ideales

Problema 5.1

El antimonio se obtiene calentando sulfuro de antimonio, pulverizado previamente, mezclado con chatarra de hierro y drenando más tarde el antimonio por el fondo del reactor. La reacción que tiene lugar viene representada por el esquema:

$$Sb_2S_3 + 3Fe \leftrightarrows 2Sb + 3FeS$$

Si en una instalación de laboratorio (intermitente como el reactor descrito) se mezclan 0.6 kg de Sb_2S_3 y 0.25 kg de limaduras de hierro y se calientan, se obtienen 0.2 kg de Sb, calcular:

(a) Cuál es el reactivo limitante.
(b) El porcentaje de exceso de reactante que se encuentra en proporción superior a la estequiométricamente necesaria.
(c) El grado de conversión alcanzado (referido al reactivo limitante).
(d) El rendimiento.

DATOS

Renombrando los compuestos químicos: $A_1 = Sb_2S_3$ $\quad A_2 = Fe$ $\quad A_3 = Sb$ $\quad A_4 = FeS$

el esquema de reacción es: $-A_1 - 3 \cdot A_2 + 2 \cdot A_3 + 3 \cdot A_4 = 0$

donde los coeficientes estequiométricos son: $\nu_1 := -1$ $\quad \nu_2 := -3$ $\quad \nu_3 := 2$ $\quad \nu_4 := 3$

Los pesos moleculares de cada especie:

$$PM_1 := 339.72 \ \frac{kg}{kmol} \qquad PM_2 := 55.85 \ \frac{kg}{kmol} \qquad PM_3 := 121.76 \ \frac{kg}{kmol} \qquad PM_4 := 87.92 \ \frac{kg}{kmol}$$

Las cantidades iniciales en el sistema son:

$$M_{10} := 0.6 \ kg \qquad N_{10} := \frac{M_{10}}{PM_1} = 1.766 \ mol$$

$$M_{20} := 0.25 \ kg \qquad N_{20} := \frac{M_{20}}{PM_2} = 4.476 \ mol$$

$$M_{30} := 0 \ kg \qquad N_{30} := 0 \ mol$$

y la cantidad de producto:

$$M_3 := 0.2 \ kg \qquad N_3 := \frac{M_3}{PM_3} = 1.643 \ mol$$

SOLUCIÓN

(a) Reactivo limitante:

$$\left|\frac{N_j}{\nu_j}\right| \ min$$

$$\left|\frac{N_{10}}{\nu_1}\right| = 1.766 \ mol \qquad \left|\frac{N_{20}}{\nu_2}\right| = 1.492 \ mol$$

El reactivo limitante es el hierro

(b) Exceso de reactivo:

$$Exceso_Aj = \frac{N_{j0} - N_{k0} \cdot \frac{\nu_j}{\nu_k}}{N_{k0} \cdot \frac{\nu_j}{\nu_k}}$$

$$Exceso_A_1 := \frac{N_{10} - N_{20} \cdot \frac{\nu_1}{\nu_2}}{N_{20} \cdot \frac{\nu_1}{\nu_2}} = 0.184$$

(c) Grado de conversión:

A partir de la relación estequiométrica: $N_j = N_{j0} - N_{k0} \cdot X \cdot \frac{\nu_j}{\nu_k}$

sustituyendo y despejando: $N_3 = N_{30} - N_{20} \cdot X \cdot \frac{\nu_3}{\nu_2}$

$$X := \frac{N_{30} - N_3}{N_{20} \cdot \frac{\nu_3}{\nu_2}} = 0.55$$

(d) Rendimiento:

$$\Phi_j = \frac{moles_de_Aj_formados}{moles_de_Ak_iniciales} \cdot \left| \frac{\nu_k}{\nu_j} \right|$$

$$\Phi_3 := \frac{N_3 - N_{30}}{N_{20}} \cdot \left| \frac{\nu_2}{\nu_3} \right| = 0.55$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.2

En un reactor se produce la siguiente reacción: **$A_1 + A_2 - A_3 = 0$**
Si la composición de la mezcla inicial es tal que N_{10} = 1 mol, N_{20}= 2 mol y N_{30} = 5 mol, indicar qué conjunto de valores de N_j podrían obtenerse por la reacción indicada.

(a) N_1 = 2 mol N_2 = 2.5 mol N_3 = 4 mol
(b) N_1 = 3 mol N_2 = 4 mol N_3 = 1 mol
(c) N_1 = 1.5 mol N_2 = 2.5 mol N_3 = 4.5 mol
(d) N_1 = 0 mol N_2 = 1 mol N_3 = 7 mol

DATOS

El componente clave es A3, ya que es el único reactivo.

Los coeficientes estequiométricos son: $\nu_1 := 1$ $\nu_2 := 1$ $\nu_3 := -1$

Las cantidades iniciales son: $N_{10} := 1\ mol$ $N_{20} := 2\ mol$ $N_{30} := 5\ mol$

En todos los casos tiene que cumplirse la relación estequiométrica:

$$N_j = N_{j0} - N_{k0} \cdot X \cdot \frac{\nu_j}{\nu_k} \qquad \text{despejando} \qquad X = \frac{N_{j0} - N_j}{N_{k0} \cdot \frac{\nu_j}{\nu_k}}$$

SOLUCIÓN

(a)

$N_{1a} := 2\ mol$ $N_{2a} := 2.5\ mol$ $N_{3a} := 4\ mol$

$$X_{1a} := \frac{N_{10} - N_{1a}}{N_{30} \cdot \frac{\nu_1}{\nu_3}} = 0.2 \qquad X_{2a} := \frac{N_{20} - N_{2a}}{N_{30} \cdot \frac{\nu_2}{\nu_3}} = 0.1 \qquad X_{3a} := \frac{N_{30} - N_{3a}}{N_{30} \cdot \frac{\nu_3}{\nu_3}} = 0.2$$

Imposible, el grado de conversión es distinto.

(b)

$N_{1b} := 3\ mol$ $N_{2b} := 4\ mol$ $N_{3b} := 1\ mol$

$$X_{1b} := \frac{N_{10} - N_{1b}}{N_{30} \cdot \frac{\nu_1}{\nu_3}} = 0.4 \qquad X_{2b} := \frac{N_{20} - N_{2b}}{N_{30} \cdot \frac{\nu_2}{\nu_3}} = 0.4 \qquad X_{3b} := \frac{N_{30} - N_{3b}}{N_{30} \cdot \frac{\nu_3}{\nu_3}} = 0.8$$

Imposible, el grado de conversión es distinto.

(c)

$N_{1c} := 1.5\ mol$ $N_{2c} := 2.5\ mol$ $N_{3c} := 4.5\ mol$

$$X_{1c} := \frac{N_{10} - N_{1c}}{N_{30} \cdot \frac{\nu_1}{\nu_3}} = 0.1 \qquad X_{2c} := \frac{N_{20} - N_{2c}}{N_{30} \cdot \frac{\nu_2}{\nu_3}} = 0.1 \qquad X_{3c} := \frac{N_{30} - N_{3c}}{N_{30} \cdot \frac{\nu_3}{\nu_3}} = 0.1$$

Posible, el grado de conversión es el mismo.

(d)

$N_{1d} := 0\ mol$ $N_{2d} := 1\ mol$ $N_{3d} := 7\ mol$

$$X_{1d} := \frac{N_{10} - N_{1d}}{N_{30} \cdot \frac{\nu_1}{\nu_3}} = -0.2 \qquad X_{2d} := \frac{N_{20} - N_{2d}}{N_{30} \cdot \frac{\nu_2}{\nu_3}} = -0.2 \qquad X_{3d} := \frac{N_{30} - N_{3d}}{N_{30} \cdot \frac{\nu_3}{\nu_3}} = -0.4$$

Imposible, no puede haber un grado de conversión negativo.

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.3

Una mezcla líquida miscible, cuya composición inicial es c_{j0}, reacciona a volumen constante (V_1) hasta alcanzar un grado de conversión X. En ese momento se congela la reacción y se le añade un volumen (V_2) de una mezcla con concentración c'_j (en cada componente presente). Deducir la ecuación matemática que permite calcular la composición de la mezcla resultante (c''_j), expresada como concentración molar de cada especie química presente.

SOLUCIÓN

La concentración de todas las especies cuando se congela la reacción es:

$$c_j = c_{j0} - c_{k0} \cdot X \cdot \frac{\nu_j}{\nu_k}$$

El número de moles, N_j, procedentes de la mezcla inicial es:

$$N_j = c_j \cdot V_1 = \left(c_{j0} - c_{k0} \cdot X \cdot \frac{\nu_j}{\nu_k} \right) \cdot V_1$$

El número de moles añadido es:

$$N'_j = c'_j \cdot V_2$$

El número total de moles en la mezcla es la suma de los moles aportados por la propia reacción y por la disolución añadida:

$$N_j + N'_{j0} = \left(c_{j0} - c_{k0} \cdot X \cdot \frac{\nu_j}{\nu_k} \right) \cdot V_1 + c'_j \cdot V_2$$

y la concentración será teniendo en cuenta el volumen total:

$$c''_j = \frac{\left(c_{j0} - c_{k0} \cdot X \cdot \frac{\nu_j}{\nu_k} \right) \cdot V_1 + c'_j \cdot V_2}{V_1 + V_2}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.4

En un reactor de flujo de pistón (RFP) se está desarrollando la reacción irreversible en fase gas:

A → 3B

El alimento es A puro, con una concentración inicial de 20 kmol/m^3 . En la tabla adjunta se detalla el grado de conversión que se ha alcanzado a diferentes distancias desde la entrada del reactor. Calcular la concentración de A en cada una de estas secciones:

% de L	0	12.5	25	50	75	100
X	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5

siendo L la longitud total del reactor.

DATOS

El esquema de reacción es: $-1 \cdot A + 3 \cdot B = 0$

y los coeficientes estequiométricos: $\nu_A := -1$ $\qquad \nu_B := 3$

Las concentraciones iniciales son: $c_{A0} := 20 \, \dfrac{kmol}{m^3}$ $\qquad c_{B0} := 0 \, \dfrac{kmol}{m^3}$

Como el alimento es A puro: $x_{A0} := 1$

Como no se indica nada, consideramos que el reactor trabaja a la misma temperatura y presión que la corriente de entrada:

$P = P_0 \qquad T = T_0$

El componente clave es A, por ser el único reactivo.

SOLUCIÓN

Se trata de una reacción en fase gas, con variación en el número de moles, por lo que la concentración variará con el grado de conversión según la siguiente expresión:

$$c_j = \frac{c_{k0} \cdot \left(\theta_j - X \cdot \dfrac{\nu_j}{\nu_k}\right)}{\left(\dfrac{P_0 \cdot T}{P \cdot T_0}\right) \cdot (1 + \varepsilon_k \cdot X)} \qquad \varepsilon_k = x_{k0} \cdot \delta \qquad \delta = \frac{\Delta\nu}{-\nu_k}$$

Sustituyendo:

$$\frac{P_0 \cdot T}{P \cdot T_0} = 1 \qquad \Delta\nu := \nu_A + \nu_B = 2 \qquad \delta := \frac{\Delta\nu}{-\nu_A} = 2 \qquad \varepsilon_A := x_{A0} \cdot \delta = 2$$

$$c_A(X) := \frac{c_{A0} \cdot (1 - X)}{1 + \varepsilon_A \cdot X}$$

$c_A(0) = 20 \, \dfrac{kmol}{m^3}$ $\qquad c_A(0.1) = 15 \, \dfrac{kmol}{m^3}$ $\qquad c_A(0.2) = 11.4 \, \dfrac{kmol}{m^3}$

$c_A(0.3) = 8.8 \, \dfrac{kmol}{m^3}$ $\qquad c_A(0.4) = 6.7 \, \dfrac{kmol}{m^3}$ $\qquad c_A(0.5) = 5 \, \dfrac{kmol}{m^3}$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.5

En un reactor químico continuo (sistema dinámico), se desarrollan simultáneamente las reacciones siguientes:

$$3H_2 + N_2 \leftrightarrows 2NH_3 \qquad (1)$$
$$H_2 + CO_2 \leftrightarrows CO + H_2O \qquad (2)$$

si la mezcla reactante contiene el 68.4% de H_2, el 22.6% de N_2 y el 9% de CO_2, y la corriente gaseosa a la salida del reactor contiene un 15% de NH_3 y un 5% de H_2O (en forma de vapor de agua en las condiciones de salida):

(a) ¿Qué especie química es aconsejable elegir como componente clave, al que se debe referir el grado de conversión?
(b) Calcular los porcentajes de H_2 y N_2 en la corriente que sale del reactor.
(c) ¿Cuánto vale la conversión alcanzada por el H_2 en la primera y en la segunda reacción consideradas?

Notas:
Todos los porcentajes son molares. Para realizar los cálculos supóngase que la mezcla reactante se introduce en el reactor con un caudal de 100 kmol/día.

DATOS

Asignaciones y coeficientes:

$A_1 = H_2$	$A_2 = N_2$	$A_3 = CO_2$	$A_4 = NH_3$	$A_5 = CO$	$A_6 = H_2O$
$\nu_{11} := -3$	$\nu_{12} := -1$	$\nu_{13} := 0$	$\nu_{14} := 2$	$\nu_{15} := 0$	$\nu_{16} := 0$
$\nu_{21} := -1$	$\nu_{22} := 0$	$\nu_{23} := -1$	$\nu_{24} := 0$	$\nu_{25} := 1$	$\nu_{26} := 1$

Reacción 1: $-3\ A_1 - A_2 + 2\ A_4 = 0$ $\qquad \Delta\nu_1 := \nu_{11} + \nu_{12} + \nu_{14} = -2$

Reacción 2: $-A_1 - A_3 + A_5 + A_6 = 0$ $\qquad \Delta\nu_2 := 0$

Base de cálculo: $F_{t0} := 100\ \dfrac{kmol}{day}$

Las fracciones molares de entrada y salida conocidas son las siguientes, de las que calculamos también los caudales de dichos compuestos:

$x_{10} := 0.684 \qquad F_{10} := F_{t0} \cdot x_{10} = 68.4\ \dfrac{kmol}{day}$

$x_{20} := 0.226 \qquad F_{20} := F_{t0} \cdot x_{20} = 22.6\ \dfrac{kmol}{day}$

$x_{30} := 0.09 \qquad F_{30} := F_{t0} \cdot x_{30} = 9\ \dfrac{kmol}{day}$

$x_4 := 0.15$

$x_6 := 0.05$

SOLUCIÓN

(a) El componente clave es la especie química A_1, puesto que interviene simultáneamente en las dos reacciones como reactante.

(b) Para determinar la composición de la corriente de salida del reactor hay que plantear las correspondientes ecuaciones estequiométricas para cada especie:

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

para el componente clave: $F_k = F_{k0} \cdot \left(1 - \sum_{i=1}^{R} X_i\right)$

para cualquier componente: $F_j = F_{j0} - F_{k0} \cdot \sum_{i=1}^{R} \left(X_i \cdot \frac{\nu_{ij}}{\nu_{ik}}\right)$ $\qquad F_j = F_t \cdot x_j$

y en la corriente de salida se cumplirá:

$$F_t = \sum_{j=1}^{S} F_j = \sum_{j=1}^{S} F_{j0} - F_{k0} \cdot \sum_{j=1}^{S} \sum_{i=1}^{R} \left(X_i \cdot \frac{\nu_{ij}}{\nu_{ik}}\right) = F_{t0} - F_{k0} \cdot \sum_{i}^{R} \left(X_i \cdot \frac{\Delta\nu_i}{\nu_{ik}}\right)$$

y sustituyendo se tiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$F_1 = F_{10} \cdot (1 - X_1 - X_2) \qquad (1)$$

$$F_2 = F_{20} - \left(F_{10} \cdot X_1 \cdot \frac{\nu_{12}}{\nu_{11}}\right) \qquad (2)$$

$$F_3 = F_{30} - \left(F_{10} \cdot X_2 \cdot \frac{\nu_{23}}{\nu_{21}}\right) \qquad (3)$$

$$F_4 = -\left(F_{10} \cdot X_1 \cdot \frac{\nu_{14}}{\nu_{11}}\right) = F_t \cdot x_4 \qquad (4)$$

$$F_5 = -\left(F_{10} \cdot X_2 \cdot \frac{\nu_{25}}{\nu_{21}}\right) \qquad (5)$$

$$F_6 = -\left(F_{10} \cdot X_2 \cdot \frac{\nu_{26}}{\nu_{21}}\right) = F_t \cdot x_6 \qquad (6)$$

$$F_t = F_{t0} - F_{10} \cdot X_1 \cdot \frac{\Delta\nu_1}{\nu_{11}} \qquad (7)$$

que puede resolverse secuencialmente. Sustituyendo (7) en (4):

$$-\left(F_{10} \cdot X_1 \cdot \frac{\nu_{14}}{\nu_{11}}\right) = \left(F_{t0} - F_{10} \cdot X_1 \cdot \frac{\Delta\nu_1}{\nu_{11}}\right) \cdot x_4 \qquad X_1 := \frac{F_{t0} \cdot x_4}{x_4 \cdot F_{10} \cdot \frac{\Delta\nu_1}{\nu_{11}} - F_{10} \cdot \frac{\nu_{14}}{\nu_{11}}} = 0.286$$

sustituyendo (7), (6) y siguientes:

$$F_t := F_{t0} - F_{10} \cdot X_1 \cdot \frac{\Delta\nu_1}{\nu_{11}} = 86.957 \ \frac{kmol}{day} \qquad X_2 := \frac{F_t \cdot x_6}{-\left(F_{10} \cdot \frac{\nu_{26}}{\nu_{21}}\right)} = 0.064$$

$$F_1 := F_{10} \cdot (1 - X_1 - X_2) = 44.487 \ \frac{kmol}{day} \qquad F_2 := F_{20} - \left(F_{10} \cdot X_1 \cdot \frac{\nu_{12}}{\nu_{11}}\right) = 16.078 \ \frac{kmol}{day}$$

$$F_3 := F_{30} - \left(F_{10} \cdot X_2 \cdot \frac{\nu_{23}}{\nu_{21}}\right) = 4.652 \ \frac{kmol}{day} \qquad F_4 := F_t \cdot x_4 = 13.043 \ \frac{kmol}{day}$$

$$F_5 := -\left(F_{10} \cdot X_2 \cdot \frac{\nu_{25}}{\nu_{21}}\right) = 4.348 \ \frac{kmol}{day} \qquad F_6 := F_t \cdot x_6 = 4.348 \ \frac{kmol}{day}$$

con estos resultados ya se pueden calcular las fracciones molares de la corriente de salida:

(c) $x_1 := \frac{F_1}{F_t} = 51.16\%$ $\qquad x_2 := \frac{F_2}{F_t} = 18.49\%$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.6

En la fabricación del ácido nítrico se oxida el NH_3 con aire para producir NO, que más tarde se oxida a HNO_3. El NH_3 procede de un gasómetro y tiene una pureza del 100 %. El aire proviene de un compresor que lo suministra a la presión atmosférica, con un contenido en agua de 1.4 moles de H_2O/100 moles de aire seco.
Admítase que en el reactor tienen lugar solamente las reacciones:

$$2NH_3 + 2.5O_2 \leftrightarrows 2NO + 3H_2O$$
$$2NH_3 + 1.5O_2 \leftrightarrows N_2 + 3H_2O$$

y el 98 % del NH_3 reacciona según el primer esquema de reacción y el 2 % restante según el segundo.
Si la mezcla inicial contiene 11 m^3 de NH_3 por cien de mezcla gaseosa exenta de agua, calcular la composición del gas a la salida del reactor expresada como fracción molar y expresada en kmol de un componente cualquiera por cada kmol de NH_3 introducido en el sistema.

Datos y notas:
Admítase que los volúmenes molares de todas las especies químicas tienen el mismo valor.
Refiéranse los cálculos a un caudal molar de mezcla reaccionante (exenta de agua) de 100 kmol/s.

DATOS Y CÁLCULOS PREVIOS

Asignaciones	$A_1 = NH_3$	$A_2 = O_2$	$A_3 = NO$	$A_4 = N_2$	$A_5 = H_20$
$i = 1$	$\nu_{11} := -2$	$\nu_{12} := -2.5$	$\nu_{13} := 2$	$\nu_{14} := 0$	$\nu_{15} := 3$
$i = 2$	$\nu_{21} := -2$	$\nu_{22} := -1.5$	$\nu_{23} := 0$	$\nu_{24} := 1$	$\nu_{25} := 3$

Base de cálculo: $F_0 := 100 \ \frac{kmol}{s}$

En la mezcla inicial, suponiendo comportamiento ideal, la relación en volumen es la misma que la relación molar. Entonces, para la mezcla exenta de agua, teniendo en cuenta la composición del aire, resulta:

$x_{10} := 0.11$ $\qquad$ $F_{10} := F_0 \cdot x_{10} = 11 \ \frac{kmol}{s}$

$x_{20} := 0.89 \cdot 0.21 = 0.187$ $\qquad$ $F_{20} := F_0 \cdot x_{20} = 18.69 \ \frac{kmol}{s}$

$x_{40} := 0.89 \cdot 0.79 = 0.703$ $\qquad$ $F_{40} := F_0 \cdot x_{40} = 70.31 \ \frac{kmol}{s}$

$x_{30} := 0$ $\qquad$ $F_{30} := F_0 \cdot x_{30} = 0 \ \frac{kmol}{s}$

el caudal molar de agua viene dado por la relación del enunciado:

$$F_{50} := (F_{20} + F_{40}) \cdot \frac{1.4}{100} = 1.246 \ \frac{kmol}{s}$$

Por lo que el caudal molar total será: $F_{t0} := F_{10} + F_{20} + F_{40} + F_{50} = 101.246 \ \frac{kmol}{s}$

La conversión por cada reacción es: $X_1 := 0.98$ $\qquad$ $X_2 := 0.02$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

SOLUCIÓN

Se plantean las relaciones estequiométricas para un sistema dinámico con dos reacciones:

$$F_1 := F_{10} \cdot (1 - X_1 - X_2) = 0 \ \frac{kmol}{s}$$

$$F_2 := F_{20} - \left(F_{10} \cdot X_1 \cdot \frac{\nu_{12}}{\nu_{11}}\right) - \left(F_{10} \cdot X_2 \cdot \frac{\nu_{22}}{\nu_{21}}\right) = 5.05 \ \frac{kmol}{s}$$

$$F_3 := F_{30} - \left(F_{10} \cdot X_1 \cdot \frac{\nu_{13}}{\nu_{11}}\right) - \left(F_{10} \cdot X_2 \cdot \frac{\nu_{23}}{\nu_{21}}\right) = 10.78 \ \frac{kmol}{s}$$

$$F_4 := F_{40} - \left(F_{10} \cdot X_1 \cdot \frac{\nu_{14}}{\nu_{11}}\right) - \left(F_{10} \cdot X_2 \cdot \frac{\nu_{24}}{\nu_{21}}\right) = 70.42 \ \frac{kmol}{s}$$

$$F_5 := F_{50} - \left(F_{10} \cdot X_1 \cdot \frac{\nu_{15}}{\nu_{11}}\right) - \left(F_{10} \cdot X_2 \cdot \frac{\nu_{25}}{\nu_{21}}\right) = 17.746 \ \frac{kmol}{s}$$

$$F_t := F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 = 103.996 \ \frac{kmol}{s}$$

de donde pueden calcularse las fracciones y relaciones molares pedidas:

$$x_1 := \frac{F_1}{F_t} = 0 \qquad n_1 := \frac{F_1}{F_{10}} = 0$$

$$x_2 := \frac{F_2}{F_t} = 0.049 \qquad n_2 := \frac{F_2}{F_{10}} = 0.459$$

$$x_3 := \frac{F_3}{F_t} = 0.104 \qquad n_3 := \frac{F_3}{F_{10}} = 0.98$$

$$x_4 := \frac{F_4}{F_t} = 0.677 \qquad n_4 := \frac{F_4}{F_{10}} = 6.402$$

$$x_5 := \frac{F_5}{F_t} = 0.171 \qquad n_5 := \frac{F_5}{F_{10}} = 1.613$$

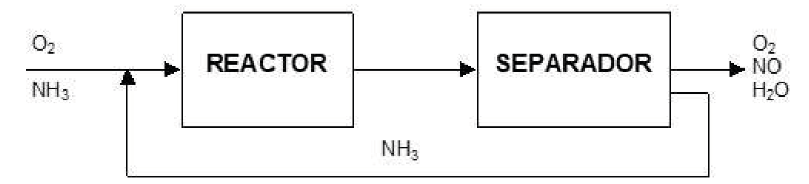
ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.7

El NO se obtiene por combustión de amoníaco gaseoso con un exceso molar de oxígeno del 20 % sobre el estequiométricamente necesario, según la reacción.

$$4NH_3 + 5O_2 \rightarrow 4NO + 6H_2O$$

En las condiciones de operación el grado de conversión del amoníaco es del 70 %. De la corriente producto se separa el amoníaco para reciclarlo de acuerdo con el esquema adjunto.



Calcular:

(a) Los moles de NO formados por cada 100 moles de amoníaco introducidos en la corriente de alimento fresco.

(b) Los moles de amoníaco recirculados por cada mol de NO formado.

DATOS

En primer lugar se hacen las asignaciones correspondientes a las corrientes y a las especies químicas.

Corriente de entrada al sistema:	o	Amoniaco:	A_1
Corriente de entrada al reactor:	a	Oxígeno:	A_2
Corriente de salida del reactor:	b	Monóxido nitrógeno:	A_3
Corriente de salida del separador:	c	Agua:	A_4
Corriente de amoniaco recirculado:	d		

La ecuación puede reescribirse como: $-4 \cdot A_1 - 5 \cdot A_2 + 4 \cdot A_3 + 6 \cdot A_4 = 0$

Siendo los respectivos coeficientes estequiométricos: $\nu_1 := -4$ $\quad \nu_2 := -5$ $\quad \nu_3 := 4$ $\quad \nu_4 := 6$

Según el enunciado, el componente clave es el amoniaco, mientras que el oxígeno está en un exceso del 20 %.

El grado de conversión es: $X := 0.7$

SOLUCIÓN

Para conocer los caudales molares de la corriente de entrada al reactor procedemos de la forma siguiente. En primer lugar, vamos a definir una base de cálculo, a partir de la corriente de amoniaco que entra al reactor:

$$F_{1a} := 100 \frac{mol}{s}$$

El oxígeno estequiométricamente necesario es: $F_{1a} \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1}$

por lo que si usamos un 20 % mas de dicha cantidad, el caudal de oxígeno a la entrada del reactor será:

$$F_{2a} := (1 + 0.2) \cdot \left(F_{1a} \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1} \right) = 150 \frac{mol}{s}$$

A la entrada del reactor no tenemos productos, luego: $F_{3a} := 0 \frac{mol}{s}$ $\qquad F_{4a} := 0 \frac{mol}{s}$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Con lo que ya conocemos completamente la corriente de entrada al reactor.

Para conocer los caudales de salida del reactor, aplicamos las relaciones estequiométricas:

$$F_{1b} := F_{1a} \cdot (1 - X) = 30 \ \frac{mol}{s}$$

$$F_{2b} := F_{2a} - F_{1a} \cdot X \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1} = 62.5 \ \frac{mol}{s}$$

$$F_{3b} := F_{3a} - F_{1a} \cdot X \cdot \frac{\nu_3}{\nu_1} = 70 \ \frac{mol}{s}$$

$$F_{4b} := F_{4a} - F_{1a} \cdot X \cdot \frac{\nu_4}{\nu_1} = 105 \ \frac{mol}{s}$$

En las corrientes c y d, los caudales molares de cada especie son los mismos que en la corriente b:

$$F_{2c} := F_{2b} \qquad F_{3c} := F_{3b} \qquad F_{4c} := F_{4b} \qquad F_{1d} := F_{1b} = 30 \ \frac{mol}{s}$$

En el punto de mezcla inicial, se cumplirá que: $F_{1a} = F_{1o} + F_{1d}$

siendo: $F_{2o} := F_{2a} = 150 \ \frac{mol}{s}$ $\qquad F_{3o} := F_{3a}$ $\qquad F_{4o} := F_{4a}$

Calculándose la corriente de entrada al sistema: $F_{1o} := F_{1a} - F_{1d} = 70 \ \frac{mol}{s}$

Los moles de NO formados por cada 100 moles de amoniaco fresco:

(a) $\dfrac{F_{3b}}{F_{1o}} = 100\%$

Los moles de NH_3 recirculados por mol de NO formado:

(b) $\dfrac{F_{1b}}{F_{3b}} = 0.429$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.8

En un reactor discontinuo se planifica desarrollar en fase líquida la transformación de un componente A en otro B. La reacción que tiene lugar es irreversible y puede representarse por el esquema:

$$A \rightarrow B$$

Calcular el tiempo de reacción necesario para que en cada carga la concentración molar del componente A descienda desde c_{A0} = 1.3 kmol/ m^3 a c_A = 0.3 kmol/ m^3 a la salida.

Datos y notas:
La relación entre la velocidad de reacción, expresada como kmol de A reaccionados por m^3 y minuto, y la concentración molar de A, se detalla en la tabla siguiente:

c_A (kmol/ m^3)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	1.0	1.3	2.0
$-R_A = -\nu_A \cdot r$	0.1	0.3	0.5	0.6	0.5	0.25	0.10	0.06	0.05	0.045	0.042

Admítase que el reactor se comporta como un RDTA ideal.

DATOS

Todos los cálculos se refieren al compuesto A (componente clave):

$$c_{A0} := 1.3\ \frac{kmol}{m^3} \qquad c_A := 0.3\ \frac{kmol}{m^3}$$

Tabla de datos anterior.

SOLUCIÓN

El balance de materia en un RDTA es:

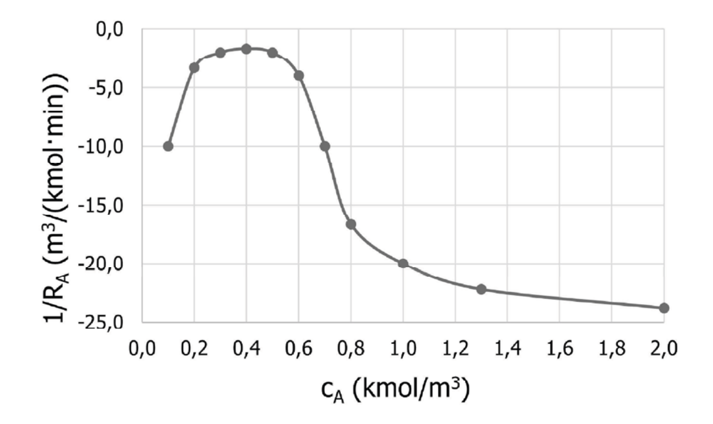
$$\frac{d}{dt} c_A = \nu_A \cdot r = R_A$$

separando variables e integrando por trapecios:

$$t = \int_{c_{A0}}^{c_A} \left(\frac{1}{R_A}\right) dc_A \qquad t := 12.7\ min$$

c_A	R_A	$1/R_A$	Integral en intervalo
kmol/m³	**kmol/m³·min**	**m³·min/kmol**	**min**
0.1	-0.1	-10.0	
0.2	-0.3	-3.3	
0.3	-0.5	-2.0	
0.4	-0.6	-1.7	0.18
0.5	-0.5	-2.0	0.18
0.6	-0.25	-4.0	0.30
0.7	-0.1	-10.0	0.70
0.8	-0.06	-16.7	1.33
1	-0.05	-20.0	3.67
1.3	-0.045	-22.2	6.33
2	-0.042	-23.8	
		SUMA	**12.70**

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190



NOTA: Existen diversos métodos para calcular la integral de una función entre dos límites. El método de los trapecios es el mas sencillo de utilizar, aunque también es el menos preciso. Consiste en calcular el área del trapecio que se forma con cada pareja de puntos respecto al eje de abcisas. La fórmula general, para un intervalo (i,j), sería la siguiente:

$$Area_{ij} = \left(x_j - x_i\right) \cdot \frac{\left(y_i + y_j\right)}{2} = \left(Base\right) \cdot \left(Altura_media\right)$$

Se suman las áreas de todos los subintervalos, abarcando el intervalo global definido por los límites de integración.

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.9

Se desea obtener acetato de butilo en un reactor discontinuo de tanque agitado (RDTA) que debe trabajar a 100 ºC (isotérmicamente). La mezcla inicial estará constituida por butanol y ácido acético, en la proporción molar de 4.97:1. Asimismo, contendrá un 0.032 % en peso de H_2SO_4, que actúa como catalizador. Calcular:

(a) El tiempo necesario para alcanzar un grado de conversión de un 50 %.
(b) Determinar, para el grado de conversión indicado en el apartado anterior, la cantidad inicial de cada reactante por carga y el volumen útil del reactor necesario, si se desea obtener una producción de 50 kg/h de éste, utilizando un solo reactor y sabiendo que la carga, descarga y puesta a punto entre cada dos operaciones consecutivas, cuesta 30 minutos. Se partirá de la mezcla indicada en el primer párrafo.

Datos y notas:
Para el sistema en cuestión, la velocidad de reacción es de segundo orden respecto al ácido acético:

$$r = k \cdot c_1^2 \qquad k = 0.29 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{kmol \cdot s}$$

Densidades a 100 ºC (kg/m^3): Ácido acético: 958, Butanol: 742, Acetato de butilo: 796.
Pesos moleculares (kg/kmol): Ácido acético: 60, Butanol: 74, Acetato de butilo: 116.
Aunque la densidad de la mezcla reactante varía un poco con la conversión, el exceso de butanol utilizado reduce la magnitud del cambio. Por tanto, en primera aproximación, la densidad media del conjunto puede considerarse constante a lo largo de la reacción e igual a 750 kg/m^3 .

DATOS

Se asignan referencias a los distintos compuestos:

Ácido acético: **A1** (clave), Butanol: **A2**, Acetato de butilo: **A3**, Agua: **A4**

El esquema de reacción será: $-A_1 - A_2 + A_3 + A_4 = 0$

siendo: $v_1 := -1 \qquad v_2 := -1 \qquad v_3 := 1 \qquad v_4 := 1$

Densidades: $\rho_{media} := 750 \frac{kg}{m^3}$

$\rho_1 := 958 \frac{kg}{m^3} \qquad \rho_2 := 742 \frac{kg}{m^3} \qquad \rho_3 := 796 \frac{kg}{m^3} \qquad \rho_4 := 1000 \frac{kg}{m^3}$

Pesos moleculares: $PM_1 := 60 \frac{kg}{kmol} \qquad PM_2 := 74 \frac{kg}{kmol} \qquad PM_3 := 116 \frac{kg}{kmol} \qquad PM_4 := 18 \frac{kg}{kmol}$

Ecuación de velocidad: $r = k \cdot c_1^2$ Constante de velocidad: $k := .29 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{kmol \cdot s}$

Mezcla inicial: $\frac{N_2}{N_1} = 4.97$

Contenido en ac. sulfúrico despreciable (catalizador).

Grado de conversión: $X := 0.5$

Producción buscada: $m_3 := 50 \frac{kg}{hr}$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

SOLUCIÓN

Para calcular el tiempo de reación se tiene que plantear el balance de materia al RDTA.

El balance de materia, en función de la concentración, es: $\frac{d}{dt} c_j = v_j \cdot r = R_j$

Para esta reacción: $\frac{d}{dt} c_1 = v_1 \cdot r = v_1 \cdot k \cdot c_1^2$

Separando variables e integrando: $dt = \frac{1}{v_1 \cdot k} \cdot \frac{dc_1}{c_1^2}$ $\quad t = \frac{1}{v_1 \cdot k} \int_{c_{10}}^{c_1} \frac{1}{c_1^2} dc_1 = \frac{1}{v_1 \cdot k} \cdot \left(\frac{1}{c_{10}} - \frac{1}{c_1} \right)$

La concentración inicial (c_{10}) puede calcularse a partir de la densidad y el peso molecular medio de la mezcla. Antes, deben calcularse las fracciones molares iniciales (despreciando el ácido sulfúrico).

$$x_{10} := \frac{1}{1+4.97} = 0.2 \qquad x_{20} := \frac{4.97}{1+4.97} = 0.8$$

$$PM_{medio} := x_{10} \cdot PM_1 + x_{20} \cdot PM_2 = 71.7 \ \frac{kg}{kmol}$$

$$\rho_{molar} := \frac{\rho_{media}}{PM_{medio}} = 10.5 \ \frac{kmol}{m^3}$$

NOTA: No es necesario utilizar las densidades individuales.

En donde ya se puede calcular la concentración inicial: $c_{10} := \rho_{molar} \cdot x_{10} = 1.8 \ \frac{kmol}{m^3}$

la concentración final: $c_1 := c_{10} \cdot (1 - X) = 0.9 \ \frac{kmol}{m^3}$

y el tiempo de reacción: $t_{reacción} := \frac{1}{v_1 \cdot k} \cdot \left(\frac{1}{c_{10}} - \frac{1}{c_1} \right) = (1.97 \cdot 10^3) \ s$ $\quad t_{reacción} = 32.8 \ min$

Para calcular el volumen, se debe conocer el caudal volumétrico de producción y el tiempo total de un ciclo.

Como el tiempo de trabajo también incluye la carga, descarga, etc., del reactor, el tiempo completo del ciclo será:

$$t_{completo} := t_{reacción} + 30 \cdot min = 62.8 \ min$$

La producción esperada es de 50 kg/h, por lo que en unidades molares:

$$F_3 := \frac{m_3}{PM_3} = 0.00718 \ \frac{kmol}{min}$$

Aplicando la relación estequiométrica a A_3, su concentración será:

$$c_{30} := 0 \cdot \frac{kmol}{m^3} \qquad c_3 := c_{30} - c_{10} \cdot X \cdot \frac{v_3}{v_1} = 0.9 \ \frac{kmol}{m^3}$$

y el caudal volumétrico puede calcularse a partir del caudal molar y la concentración:

$$Q_V := \frac{F_3}{c_3} = (1.4 \cdot 10^{-4}) \ \frac{m^3}{s}$$

Finalmente, el volumen buscado es: $V := Q_V \cdot t_{completo} = 514 \ L$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.10

En un reactor discontinuo de tanque agitado (RDTA) cerrado de 1 L de capacidad, se hacen reaccionar 2 mol de hidrógeno con 1 mol de yodo, a 823 K, para obtener yoduro de hidrógeno de acuerdo con el esquema de reacción:

$$\mathbf{H_2 + I_2 \leftrightarrows 2HI}$$

La reacción es reversible y de segundo orden total en ambas direcciones. A la temperatura de reacción antes mencionada, las constantes de velocidad de las reacciones directa e inversa valen respectivamente $1.25 \cdot 10^{-4}$ y $0.25 \cdot 10^{-4}$ $\dfrac{m^3}{kmol \cdot s}$.

¿Qué tiempo se requerirá para obtener 1 mol de HI?

DATOS

Se realizan las siguientes asignaciones: $A_1=I_2$ (clave), $A_2=H_2$, $A_3=HI$

De este modo, el equema de reacción queda: $-A_1 - A_2 + 2A_3 = 0$

siendo: $v_1 := -1$ $v_2 := -1$ $v_3 := 2$

Volumen reactor: $V := 1 \cdot L = 0.001\ m^3$

Cantidades iniciales: $N_{10} := 1 \cdot mol$ $N_{20} := 2 \cdot mol$ $N_{30} := 0 \cdot mol$

Concentraciones iniciales: $c_{10} := \dfrac{N_{10}}{V} = 1\ \dfrac{kmol}{m^3}$ $c_{20} := \dfrac{N_{20}}{V} = 2\ \dfrac{kmol}{m^3}$ $c_{30} := \dfrac{N_{30}}{V} = 0\ \dfrac{kmol}{m^3}$

Cantidad y concentración final: $N_3 := 1 \cdot mol$ $c_3 := \dfrac{N_3}{V} = 1\ \dfrac{kmol}{m^3}$

Teniendo en cuenta que se trata de una reacción elemental, reversible y de segundo orden en ambas direcciones, la ecuación de velocidad es:

$$r = k_d \cdot c_1 \cdot c_2 - k_i \cdot c_3^2$$

donde: $k_d := 1.25 \cdot 10^{-4} \cdot \dfrac{m^3}{kmol \cdot s}$ $k_i := 0.25 \cdot 10^{-4} \cdot \dfrac{m^3}{kmol \cdot s}$

SOLUCIÓN

Para calcular el tiempo de reacción debemos aplicar un balance de materia al RDTA:

$$\frac{d}{dt} c_1 = v_1 \cdot r = v_1 \cdot \left(k_d \cdot c_1 \cdot c_2 - k_i \cdot c_3^2\right)$$

en donde puede apreciarse que la velocidad de reacción depende de las concentraciones de todos las especies. Para poder integrar esta ecuación deberiamos saber la evolución de las concentraciones con el avance de reacción, lo que viene dado por su relación estequiométrica.

$c_1 = c_{10} \cdot (1 - X)$ $dc_1 = -c_{10} \cdot dX$ sustituyendo y simplificando: $c_1 = 1 - X$

$c_2 = c_{20} - c_{10} \cdot X \cdot \dfrac{v_2}{v_1}$ sustituyendo y simplificando: $c_2 = 2 - X$

$c_3 = c_{30} - c_{10} \cdot X \cdot \dfrac{v_3}{v_1}$ sustituyendo y simplificando: $c_3 = 2 \cdot X$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Sustituyendo estas relaciones estequiométricas en la ecuación del balance de materia:

$$\frac{d}{dt}X = \frac{-v_1}{c_{10}} \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot (1-X)\right) \cdot \left(c_{20} - c_{10} \cdot X \cdot \frac{v_2}{v_1}\right) - k_i \cdot \left(c_{30} - c_{10} \cdot X \cdot \frac{v_3}{v_1}\right)^2\right)$$

Antes de integrar es necesario determinar el límite superior de integración. A partir de la concentración final:

$$c_3 = c_{30} - c_{10} \cdot X \cdot \frac{v_3}{v_1} \qquad X := \frac{c_{30} - c_3}{c_{10} \cdot \frac{v_3}{v_1}} = 0.5$$

$$t := \int_0^X \frac{c_{10}}{-v_1 \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot (1-X)\right) \cdot \left(c_{20} - c_{10} \cdot X \cdot \frac{v_2}{v_1}\right) - k_i \cdot \left(c_{30} - c_{10} \cdot X \cdot \frac{v_3}{v_1}\right)^2\right)} dX = \left(3.59 \cdot 10^3\right) s$$

$$t = 0.996\ hr$$

COMENTARIOS

La integral se puede resolver analíticamente, ya que el denominador es una ecuación de segundo grado y puede descomponerse en sus dos raíces (a y b):

$$t = \int_0^X \frac{c_{10}}{-v_1 \cdot \left(k_d \cdot (1-X) \cdot (2-X) - k_i \cdot (2 \cdot X)^2\right)} dX \qquad \int \frac{1}{(x-a) \cdot (x-b)} dx \rightarrow \frac{-\ln(x-a) + \ln(x-b)}{b-a}$$

La integral también puede resolverse, de forma aproximada, por trapecios. Para ello, se define la función a integrar:

$$F(X) := \frac{c_{10}}{-v_1 \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot (1-X)\right) \cdot \left(c_{20} - c_{10} \cdot X \cdot \frac{v_2}{v_1}\right) - k_i \cdot \left(c_{30} - c_{10} \cdot X \cdot \frac{v_3}{v_1}\right)^2\right)}$$

Se calcula el valor de la función para varios valores de X, preferiblemente en intervalos regulares:

$$F(0) = \left(4 \cdot 10^3\right) s \qquad F(0.1) = \left(4.7 \cdot 10^3\right) s \qquad F(0.2) = \left(5.682 \cdot 10^3\right) s$$

$$F(0.3) = \left(7.156 \cdot 10^3\right) s \qquad F(0.4) = \left(9.615 \cdot 10^3\right) s \qquad F(0.5) = \left(1.455 \cdot 10^4\right) s$$

Se calcula el área de los trapecios formados en cada intervalo y se suman. Como los intervalos son regulares, su amplitud puede sacarse como un factor comun:

$$t = 0.1 \cdot \left(\left(\frac{F(0.1)+F(0)}{2}\right) + \left(\frac{F(0.2)+F(0.1)}{2}\right) + \left(\frac{F(0.3)+F(0.2)}{2}\right) + \left(\frac{F(0.4)+F(0.3)}{2}\right) + \left(\frac{F(0.5)+F(0.4)}{2}\right)\right)$$

$$t = 3.643 \cdot 10^3\ s$$

Problema 5.11

Un vinatero aficionado quiere preparar vino espumoso en el sótano de su villa. Para iniciar su producción ha comprado unos botellones de 5 litros de capacidad, que rellenará con mosto, cuya concentración en azúcares es de 120 g por litro. Los botellones fermentarán en un soporte de invención propia, que los va girando lentamente a lo largo del día. La reacción de fermentación del azúcar se puede modelizar aproximadamente por una reacción irreversible de segundo orden, cuyo esquema de reacción es:

$$\mathbf{C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2\ CH_3\text{-}CH_2OH + 2CO_2} \quad r = 0.072\ \frac{m^3}{kmol \cdot h}$$

Como el vinatero desea obtener un vino espumoso con 50 g de alcohol por litro, determinar el tiempo de fermentación necesario para obtenerlo, suponiendo que los botellones se comportan como un RDTA. Desgraciadamente, el aficionado olvidó que el CO_2 sólo se disuelve en el líquido en una proporción de 0.2 mol/L, y el resto pasa a la fase gas. Si en los botellones el volumen que queda un volumen de 100 cm^3 entre el líquido y el tapón, y dichos recipientes sólo resisten una presión de 2.5 atmósferas sin estallar, ¿llegará el vinatero a catar el producto de sus desvelos?

Datos y notas:
Suponer que la temperatura del sótano es estable e igual a 10 ºC.

DATOS

Hacemos las siguientes asignaciones: **A1**: Glucosa, **A2**: Etanol , **A3**: CO_2

Con lo que el esquema de reacción es: $-A_1 + 2A_2 + 2A_3 = 0$

siendo $\nu_1 := -1 \quad \nu_2 := 2 \quad \nu_3 := 2$

Los pesos moleculares son: $PM_1 := 180 \cdot \frac{kg}{kmol} \quad PM_2 := 46 \cdot \frac{kg}{kmol} \quad PM_3 := 44 \cdot \frac{kg}{kmol}$

El volumen de las botellas: $V := 5 \cdot L = 0.005\ m^3$

La concentracion inicial de glucosa: $c_{10másica} := 120 \cdot \frac{gm}{L} \qquad c_{10} := \frac{c_{10másica}}{PM_1} = 0.667\ \frac{kmol}{m^3}$

La concentración inicial de alcohol: $c_{20} := 0 \cdot \frac{kmol}{m^3}$

La concentración final de alcohol: $c_{2másica} := 50 \cdot \frac{gm}{L} \qquad c_2 := \frac{c_{2másica}}{PM_2} = 1.087\ \frac{kmol}{m^3}$

Dado que se trata de una reacción elemental, irreversible y de segundo grado:

$$r = k \cdot {c_1}^2 \qquad k := 0.72 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{m^3}{kmol \cdot hr}$$

SOLUCIÓN

(a) El grado de avance para alcanzar la concentración de alcohol buscada es:

$$c_2 = c_{20} - c10 \cdot X \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1} \qquad X := \frac{c_{20} - c_2}{c_{10} \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1}} = 0.815$$

Para este grado de conversión, las concentraciones de glucosa y CO_2 serían:

$$c_1 := c_{10} \cdot (1 - X) = 0.123\ \frac{kmol}{m^3} \qquad c_3 := c_2 = 1.087\ \frac{kmol}{m^3}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

El tiempo de reacción puede calcularse mediante el balance de materia al RDTA:

$$\frac{d}{dt}c_1 = \nu_1 \cdot r = \nu_1 \cdot k \cdot c_1^2$$

separando variables e integrando: $dt = \frac{dc_1}{\nu_1 \cdot k \cdot c_1^2}$ $\quad t := \frac{1}{\nu_1 \cdot k} \cdot \int_{c_{10}}^{c_1} \frac{1}{c_1^2} \, dc_1 = 38 \; day$

(b) La cantidad máxima de CO_2 disuelto es: $c_{3max} := 0.2 \cdot \frac{mol}{L}$

El volumen de gas es: $Vg := 0.1 \cdot L$

Temperatura : $T := 283 \cdot K$

Los moles de CO_2 generados en la reacción serán: $N_3 := c_3 \cdot V = 5.435 \; mol$

Los moles de CO_2 que pueden disolverse son: $N_{3max} := c_{3max} \cdot V = 1 \; mol$

Por lo que los moles de CO_2 que pasaran al gas serán (generados - disueltos):

$$N_{3g} := N_3 - N_{3max} = 4.435 \; mol$$

Considerando el volumen superior, V_g, y la ley de los gases perfectos, la presión que se alcanzaría sería:

$$P := N_{3g} \cdot R \cdot \frac{T}{Vg} = \left(1.03 \cdot 10^3\right) atm$$

Por lo que no soportaría la presión

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.12

En un reactor continuo de tanque agitado (RCTA) se planifica desarrollar en fase líquida la transformación de un componente A en otro B. La reacción que tiene lugar es irreversible y puede representarse por el esquema:

A → B

(a) ¿Qué tiempo espacial y qué volumen de reacción se requerirán para alcanzar una conversión del 75 % si el componente A se alimenta con un caudal de 1000 kmol/h y su concentración es de 1.2 kmol/ m^3 ?

(b) ¿Cuál será el tiempo espacial y el volumen de reacción necesarios si se duplica el caudal de alimentación, manteniendo constante la composición del mismo?

(c) ¿Qué tiempo espacial y que volumen de reacción se necesitarán para que la concentración de A pase de 2.4 kmol/ m^3 a 0.3 kmol/ m^3 , si dicho componente se alimenta con un caudal de 1000 kmol_A/h?

Datos y notas:

La relación entre la velocidad de reacción, expresada como kmol de A reaccionados por m^3 y minuto, y la concentración molar de A, se detalla en la tabla siguiente:

c_A ($kmol \cdot m^{-3}$)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	1.0	1.3	2.0
$-R_A = -\nu_A \cdot r$	0.1	0.3	0.5	0.6	0.5	0.25	0.10	0.06	0.05	0.045	0.042

DATOS

El esquema de reacción es: -A + B = 0 siendo $\nu_A := -1$ $\nu_B := 1$

Tabla de datos anterior.

SOLUCIÓN

El balance de materia para un RCTA es: $c_{j0} - c_j + \nu_j \cdot \tau \cdot r = 0$

Aplicado al reactivo A, que es el clave, resulta: $c_{A0} - c_A + \nu_A \cdot \tau \cdot r = 0$

Despejando el tiempo espacial: $\tau = \dfrac{c_A - c_{A0}}{\nu_A \cdot r}$

La concentración de A y el grado de conversión estan relacionadas: $c_A = c_{A0} \cdot (1 - X)$

(a) Caso 1 $X_a := 0.75$ $F_{A0a} := 1000 \cdot \dfrac{kmol}{hr}$ $c_{A0a} := 1.2 \cdot \dfrac{kmol}{m^3}$

Las concentracion final de A es: $c_A := c_{A0a} \cdot (1 - X_a) = 0.3\ \dfrac{kmol}{m^3}$

Para esa concentración, la velocidad de reacción (tabla) es: $r_A := 0.5 \cdot \dfrac{kmol}{min \cdot m^3}$

Luego el tiempo espacial es: $\tau := \dfrac{c_A - c_{A0a}}{\nu_A \cdot r_A} = 1.8\ min$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

El volumen del reactor se puede obtener a partir del caudal molar, la concentración y el tiempo espacial.

$$Q_{Va} := \frac{F_{A0a}}{c_{A0a}} = 0.231\ \frac{m^3}{s} \qquad V_a := Q_{Va} \cdot \tau = 25\ m^3$$

(b) Caso 2 $\quad X_b := 0.75 \quad F_{A0b} := 2000 \cdot \frac{kmol}{hr} \quad c_{A0b} := 1.2 \cdot \frac{kmol}{m^3}$

En este caso se duplica el caudal molar, pero se mantienen las concentraciones de entrada y salida y, por tanto, también el grado de conversión, X.

El tiempo espacial es el mismo: $\tau = 1.8\ min$

$$Q_{Vb} := \frac{F_{A0b}}{c_{A0b}} = 0.463\ \frac{m^3}{s} \qquad V_b := Q_{Vb} \cdot \tau = 50\ m^3$$

Si se ha duplicado el caudal, la única forma de mantener el tiempo espacial y, como consecuencia, el avance de la reacción, es duplicando el volumen.

(c) Caso 3 $\quad F_{A0c} := 1000 \cdot \frac{kmol}{hr} \quad c_{A0c} := 2.4 \cdot \frac{kmol}{m^3}$

En este caso se aumenta la concentración de entrada, pero la concentración de salida debe seguir siendo la misma.

El nuevo grado de conversión será: $X_c := \frac{c_{A0c} - c_A}{c_{A0c}} = 0.875$

y el nuevo tiempo espacial: $\tau_c := \frac{c_A - c_{A0c}}{\nu_A \cdot r_A} = 4.2\ min$

El volumen del reactor lo calculamos como en el caso anterior:

$$Q_{Vc} := \frac{F_{A0c}}{c_{A0c}} = 0.116\ \frac{m^3}{s} \qquad V_c := Q_{Vc} \cdot \tau_c = 29.167\ m^3$$

En este caso, el volumen del reactor ha aumentado ligeramente respecto al primer caso.

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.13

En un RCTA ideal isotermo (funcionando en régimen estacionario) de 120 litros de volumen, tiene lugar la reacción (en fase líquida) cuyo esquema se describe a continuación:

$$\mathbf{A + B} \underset{k_2}{\overset{k_1}{\leftrightarrows}} \mathbf{R + S}$$

Al reactor se alimentan dos corrientes distintas con el mismo caudal volumétrico. En una de ellas (exenta de B) la concentración de A es 2.8 kmol de A/ m^3 , y en la otra (exenta de A) la concentración de B es de 1.6 kmol de B/ m^3 . Si se desea obtener una conversión del reactivo limitante del 75 %, ¿cuál será el caudal volumétrico de cada una de las dos corrientes alimentadas?

Datos y notas:

Admítase que la densidad molar de las dos corrientes alimento y de la corriente resultante tienen prácticamente el mismo valor.

Experimentalmente se ha deducido que la velocidad de reacción puede expresarse mediante la ecuación:

$$r = k_1 \cdot c_A \cdot c_B - k_2 \cdot c_R \cdot c_S$$

siendo $k_1 = 7 \dfrac{m^3}{kmol \cdot min}$ y $k_2 = 3 \dfrac{m^3}{kmol \cdot min}$ a la temperatura a la que se desarrolla el proceso.

DATOS

Segun el enunciado, el compuesto B esta en menor proporción, por lo que será el reactivo limitante.

El esquema de reacción es: -A - B + R + S = 0

siendo: $\nu_A := -1 \qquad \nu_B := -1 \qquad \nu_R := 1 \qquad \nu_S := 1$

La velocidad de reacción es: $r = k_1 \cdot c_A \cdot c_B - k_2 \cdot c_R \cdot c_S$

siendo: $k_1 := 7 \dfrac{m^3}{kmol \cdot min} \qquad k_2 := 3 \dfrac{m^3}{kmol \cdot min}$

Volumen del reactor: $V := 120\ L$

Avance de la reacción: $X := 0.75$

El alimento está compuesto por dos corrientes que se mezclan en la entrada del reactor. Ambas tienen el mismo caudal pero diferentes concentraciones. El caudal será la suma de caudales, mientras que las concentraciones se calculan según se muestra.

Corriente 1: $Q_{V1} \qquad c_{A1} := 2.8 \dfrac{kmol}{m^3}$

Corriente 2: $Q_{V2} = Q_{V1} \qquad c_{B2} := 1.6 \dfrac{kmol}{m^3}$

Concentración de A en entrada: $c_{A0} = \dfrac{c_{A1} \cdot Q_{V1}}{Q_{V1} + Q_{V2}} = \dfrac{c_{A1} \cdot Q_{V1}}{2 \cdot Q_{V1}} = \dfrac{c_{A1}}{2} \qquad c_{A0} := \dfrac{c_{A1}}{2} = 1.4 \dfrac{kmol}{m^3}$

Concentración de B en entrada: $c_{B0} = \dfrac{c_{B2} \cdot Q_{V2}}{Q_{V1} + Q_{V2}} = \dfrac{c_{B2} \cdot Q_{V2}}{2 \cdot Q_{V2}} = \dfrac{c_{B1}}{2} \qquad c_{B0} := \dfrac{c_{B2}}{2} = 0.8 \dfrac{kmol}{m^3}$

Las concentraciones de productos en el alimento son nulas: $c_{R0} := 0 \dfrac{kmol}{m^3} \qquad c_{S0} := 0 \dfrac{kmol}{m^3}$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

SOLUCIÓN

El balance de materia al RCTA es: $c_{k0} \cdot X + v_k \cdot \tau \cdot r = 0$

Para expresar la velocidad de reacción en función del grado de conversión se tienen que obtener las relaciones estequiométricas:

$$c_A := c_{A0} - c_{B0} \cdot X \cdot \frac{v_A}{v_B} = 800 \ \frac{mol}{m^3}$$

$$c_B := c_{B0} \cdot (1 - X) = 200 \ \frac{mol}{m^3}$$

$$c_R := c_{R0} - c_{B0} \cdot X \cdot \frac{v_R}{v_B} = 600 \ \frac{mol}{m^3}$$

$$c_S := c_{S0} - c_{B0} \cdot X \cdot \frac{v_S}{v_B} = 600 \ \frac{mol}{m^3}$$

Sustituyendo en la ecuación de velocidad:

$$r := k_1 \cdot \left(c_{A0} - c_{B0} \cdot X \cdot \frac{v_A}{v_B}\right) \cdot \left(c_{B0} \cdot (1 - X)\right) - k_2 \cdot \left(c_{R0} - c_{B0} \cdot X \cdot \frac{v_R}{v_B}\right) \cdot \left(c_{S0} - c_{B0} \cdot X \cdot \frac{v_S}{v_B}\right) = 0.667 \ \frac{mol}{m^3 \cdot s}$$

puede calcularse el tiempo espacial: $\tau := \frac{-c_{B0} \cdot X}{v_B \cdot r} = 900 \ s$

y el caudal de la corriente alimento: $Q_V := \frac{V}{\tau} = 8 \ \frac{L}{min}$

Por lo que le volumen de cada corriente será la mitad: $Q_{V1} = Q_{V2} = 4 \cdot \frac{L}{min}$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.14

Se desea llevar a cabo la reacción: **$2A_1 \leftrightarrows A_2 + A_3$** en uno o más reactores continuos de tanque agitado conectados en serie. El alimento se introduce con un caudal de 3.5 m^3 / h. El alimento está exento de A_2 y A_3, conteniendo A_1 con una concentración de 48 kmol / m^3 :

(a) Si las concentraciones finales de A_2 y A_3 han de ser iguales al 85 % de las de equilibrio, calcular el tamaño del reactor que se requiere.
(b) Si los recipientes de que se dispone tienen un volumen igual al 20 % de la capacidad del reactor único, calcular el número de RCTA en serie que se requerirán para alcanzar el grado de conversión deseado.

Datos y notas:
La constante de velocidad de la reacción directa, a la temperatura de reacción (que debe ser igual para todos los reactores), vale 2·10-4 m^3 / kmol·s y la constante de equilibrio es igual a 16.

DATOS

El esquema de reacción es: $-2A_1 + A_2 + A_3 = 0$ siendo : $\nu_1 := -2$ $\quad \nu_2 := 1$ $\quad \nu_3 := 1$

El caudal de entrada: $Q_{v0} := 3.5 \frac{m^3}{hr} = \left(9.722 \cdot 10^{-4}\right) \frac{m^3}{s}$

Las concentraciones de entrada: $c_{10} := 48 \frac{kmol}{m^3}$ $\quad c_{20} := 0 \frac{kmol}{m^3}$ $\quad c_{30} := 0 \frac{kmol}{m^3}$

Datos cinéticos y de equilibrio: $k_d := 2 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{kmol \cdot s}$ $\quad K_e := 16$

$c_2 = 0.85 \cdot c_{2e}$ $\quad c_3 = 0.85 \cdot c_{3e}$ $\quad X = 0.85 \cdot X_e$

SOLUCIÓN

El primer paso es calcular la conversión y las concentraciones en el equilibrio, para ello, hacemos uso de las relaciones estequiométricas:

$$c_{1e} = c_{10} \cdot \left(1 - X_e\right)$$

$$c_{2e} = c_{20} - c_{10} \cdot X_e \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{c_{10} \cdot X_e}{2}$$

$$c_{3e} = c_{30} - c_{10} \cdot X_e \cdot \frac{\nu_3}{\nu_1} = \frac{c_{10} \cdot X_e}{2}$$

$$K_e = \frac{k_d}{k_i} = \frac{c_{2e} \cdot c_{3e}}{c_{1e}^2} = \frac{\left(\frac{c_{10} \cdot X_e}{2}\right) \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot X_e}{2}\right)}{\left(c_{10} \cdot \left(1 - X_e\right)\right)^2} = \frac{c_{10}^2 \cdot X_e^2}{4 \cdot c_{10}^2 \cdot \left(1 - X_e\right)^2} = \frac{X_e^2}{4 \cdot \left(1 - X_e\right)^2}$$

con lo que se tiene una expresión que relaciona la constante de equilibrio con la conversión en el equilibrio. Dado que conocemos K_e, resolvemos para X_e, ya que se trata de una ecuación de segundo orden.

$$K_e = \frac{X_e^2}{4 \cdot \left(1 - X_e\right)^2} \xrightarrow{solve, X_e} \begin{bmatrix} \frac{8}{7} \\ \frac{8}{9} \end{bmatrix}$$

De las dos soluciones matemáticas, solo tiene sentido la segunda, ya que el grado de conversión debe ser menor que la unidad:

$$X_e := \frac{8}{9} = 0.889$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Con lo que también pueden conocerse las concentraciones en el equilibrio:

$$c_{1e} := c_{10} \cdot (1 - X_e) = 5.333 \ \frac{kmol}{m^3} \qquad c_{2e} := \frac{c_{10} \cdot X_e}{2} = 21.333 \ \frac{kmol}{m^3} \qquad c_{3e} := c_{2e} = 21.333 \ \frac{kmol}{m^3}$$

Dada la condición impuesta: $X := 0.85 \cdot X_e = 0.756$

las concentraciones finales serán:

$$c_1 := c_{10} \cdot (1 - X) = 11.733 \ \frac{kmol}{m^3} \qquad c_2 := \frac{c_{10} \cdot X}{2} = 18.133 \ \frac{kmol}{m^3} \qquad c_3 := c_2 = 18.133 \ \frac{kmol}{m^3}$$

Aplicando el balance de materia al componente clave, se podrá obtener el tiempo espacial y el volumen del reactor, para el caso de un reactor único:

Balance de materia: $c_{k0} \cdot X + \nu_k \cdot \tau \cdot r = 0$

Ecuación de velocidad: $r = k_d \cdot c_1^{\ 2} - k_i \cdot c_2 \cdot c_3$ siendo : $k_i := \dfrac{k_d}{K_e} = \left(1.25 \cdot 10^{-8}\right) \dfrac{m^3}{mol \cdot s}$

Sustituyendo, despejando y operando: $c_{10} \cdot X + \nu_1 \cdot \tau \cdot \left(k_d \cdot c_1^{\ 2} - k_i \cdot c_2 \cdot c_3\right) = 0$

$$\tau := \frac{-(c_{10} \cdot X)}{\nu_1 \cdot \left(k_d \cdot c_1^{\ 2} - k_i \cdot c_2 \cdot c_3\right)} = 774.135 \ s \qquad \tau = 0.215 \ hr$$

$$\tau = \frac{V}{Q_{v0}} \qquad V_r := \tau \cdot Q_{v0} = 0.753 \ m^3$$

En el caso de instalar una secuencia de RCTA iguales, el volumen y el tiempo espacial de éstos será:

$$V_{ri} := 0.2 \cdot V_r = 0.151 \ m^3 \qquad \tau_i := \frac{V_{ri}}{Q_{v0}} = 0.043 \ hr$$

El balance de materia, para cada reactor de la serie es:

$c_{k0} \cdot (X_n - X_m) + \nu_k \cdot \tau_n \cdot r_n = 0$ siendo n las condiciones del reactor y m la conversión a la entrada, proveniente del reactor anterior

sustituyendo y reordenando:

$$c_{10} \cdot (X_n - X_m) + \nu_1 \cdot \tau_i \cdot \left(k_d \cdot c_1^{\ 2} - k_i \cdot c_2 \cdot c_3\right) = 0$$

$$c_{10} \cdot (X_n - X_m) + \nu_1 \cdot \tau_i \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot (1 - X_n)\right)^2 - k_i \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot X_n}{2}\right)^2\right) = 0$$

$$c_{10} \cdot (X_n - X_m) = -\nu_1 \cdot \tau_i \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot (1 - X_n)\right)^2 - k_i \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot X_n}{2}\right)^2\right)$$

$$X_n - X_m = \frac{-\nu_1 \cdot \tau_i}{c_{10}} \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot (1 - X_n)\right)^2 - k_i \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot X_n}{2}\right)^2\right)$$

$$X_m = X_n + \frac{\nu_1 \cdot \tau_i}{c_{10}} \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot (1 - X_n)\right)^2 - k_i \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot X_n}{2}\right)^2\right)$$

expresion que nos permite calcular la conversión a la entrada del reactor, si conocemos la conversión a la salida.

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Ahora el cálculo del número de ractores puede hacerse de varias formas:

Opción 1 (Desde el final hacia el principio), hasta que la conversión de entrada sea inferior a cero:

$$n = 1 \qquad X_1 := X = 0.756 \qquad X_2 := X_1 + \frac{\nu_1 \cdot \tau_i}{c_{10}} \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot \left(1 - X_1\right)\right)^2 - k_i \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot X_1}{2}\right)^2\right) = 0.604$$

$$n = 2 \qquad X_2 = 0.604 \qquad X_3 := X_2 + \frac{\nu_1 \cdot \tau_i}{c_{10}} \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot \left(1 - X_2\right)\right)^2 - k_i \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot X_2}{2}\right)^2\right) = 0.156$$

$$n = 3 \qquad X_3 = 0.156 \qquad X_4 := X_3 + \frac{\nu_1 \cdot \tau_i}{c_{10}} \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot \left(1 - X_3\right)\right)^2 - k_i \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot X_3}{2}\right)^2\right) = -1.959$$

Hacen falta tres reactores.

Opción 2 (Desde el principio hacia el final), hasta que la conversion de salida sea superior a la buscada:

$$X_{m1} := 0 \qquad X_n + \frac{\nu_1 \cdot \tau_i}{c_{10}} \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot \left(1 - X_n\right)\right)^2 - k_i \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot X_n}{2}\right)^2\right) - X_m = 0$$

$$n = n1 \quad X_{n1} := 0.1 \qquad X_{n2} := \mathbf{root}\left(X_{n1} + \frac{\nu_1 \cdot \tau_i}{c_{10}} \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot \left(1 - X_{n1}\right)\right)^2 - k_i \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot X_{n1}}{2}\right)^2\right) - X_{m1}, X_{n1}\right) = 0.56$$

$$n = n2 \quad X_{m2} := X_{n2} \qquad X_{n3} := \mathbf{root}\left(X_{n2} + \frac{\nu_1 \cdot \tau_i}{c_{10}} \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot \left(1 - X_{n2}\right)\right)^2 - k_i \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot X_{n2}}{2}\right)^2\right) - X_{m2}, X_{n2}\right) = 0.738$$

$$n = n3 \quad X_{m3} := X_{n3} \qquad X_{n4} := \mathbf{root}\left(X_{n3} + \frac{\nu_1 \cdot \tau_i}{c_{10}} \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot \left(1 - X_{n3}\right)\right)^2 - k_i \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot X_{n3}}{2}\right)^2\right) - X_{m3}, X_{n3}\right) = 0.812$$

Matemáticamente es mucho más sencilla la opción 1, ya que no hay que calcular la raíz en cada reactor, pero no nos da la conversión de cada reactor.

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.15

En un reactor cuyo comportamiento fluidodinámico puede asimilarse al de un RCTA se desarrolla la reacción gaseosa reversible de primer orden:

$$A_1 \leftrightarrows A_2$$

Operando a 300 K el volumen de reactor necesario para obtener una conversión del 60% es de 0.1 m^3.

(a) Utilizando el mismo caudal volumétrico de alimento, calcular el volumen de reactor necesario para obtener el mismo grado de conversión (X=0.6), si la temperatura de operación es de 400 K.

(b) ¿Cuál será la temperatura de operación que haría mínimo el volumen del reactor, para el caudal de alimentación y el grado de conversión anteriores?

Datos y notas

A 300 K la constante de equilibrio referida a las concentraciones y la entalpía de reacción toman los valores respectivos de K = 10 y ΔH_{0k} = -33490 J/mol.

La constante de velocidad de la reacción directa varía con la temperatura según la ecuación:

$$k = 10^3 \cdot exp\left(\frac{-2400}{T}\right) s^{-1}$$

El calor específico molar de las dos especies químicas que participan en la reacción puede admitirse que tiene el mismo valor para cualquier temperatura.

DATOS

El esquema de reacción es: - A1 + A2 = 0

siendo : $v_1 := -1$ $v_2 := 1$

Comportamiento del reactor a una temperatura de 300K:

$$T_{300} := 300\ K \qquad X_{300} := 0.6 \qquad V_{r1} := 0.1\ m^3$$

Datos termodinámicos a una temperatura de 300K:

$$K_{c_300} := 10 \qquad \Delta H := -33490\ \frac{J}{mol}$$

Datos cinéticos:

$$k_d = A_d \cdot exp\left(\frac{-2400}{T}\right) = A_d \cdot exp\left(\frac{-E_d}{R \cdot T}\right)$$

siendo: $A_d := 1000 \cdot s^{-1}$ $E_d := 2400 \cdot K \cdot R = \left(1.995 \cdot 10^4\right) \frac{J}{mol}$

$$k_{d_300} := A_d \cdot \exp\left(\frac{-E_d}{R \cdot T_{300}}\right) = 0.335\ \frac{1}{s} \qquad k_{i_300} := \frac{k_{d_300}}{K_{c_300}} = 0.034\ \frac{1}{s}$$

Temperatura de operación del reactor: $T_{400} := 400\ K$

SOLUCIÓN

El primer paso para resolver el problema es deteminar el caudal volumétrico de alimento, que se extrae del balance de materia panteado a 300 K

Balance de materia: $c_{k0} \cdot X + v_k \cdot r \cdot \tau = 0$ siendo $\tau = \frac{V_r}{Q_{vo}}$ $r = k_d \cdot c_1 - k_i \cdot c_2$

Relaciones estequiométricas: $c_1 = c_{10} \cdot (1 - X)$ $c_2 = c_{20} - c_{10} \cdot X \cdot \frac{v_2}{v_1} = c_{10} \cdot X$

Sustituyendo las relaciones estequiométricas en el balance de materia y operando:

$$c_{10} \cdot X + v_1 \cdot \left(k_d \cdot c_1 - k_i \cdot c_2\right) \cdot \frac{V_r}{Q_{vo}} = 0$$

$$c_{10} \cdot X + v_1 \cdot \left(k_d \cdot \left(c_{10} \cdot (1 - X)\right) - k_i \cdot \left(c_{10} \cdot X\right)\right) \cdot \frac{V_r}{Q_{vo}} = 0$$

$$c_{10} \cdot \left(X + \frac{v_1 \cdot V_r}{Q_{v0}} \cdot \left(k_d \cdot (1 - X) - k_i \cdot X\right)\right) = 0$$

$$Q_{v0} := \frac{v_1 \cdot V_{r1}}{-X_{300}} \cdot \left(k_{d_300} \cdot (1 - X_{300}) - k_{i_300} \cdot X_{300}\right) = 0.019 \ \frac{m^3}{s}$$

(a) Para calcular el **volumen de reactor** necesario a 400K, primero hay que determinar la constante de equilibrio a dicha temperatura

$$K_c = K'_c \cdot exp\left(\frac{-\Delta H}{R \cdot T}\right)$$

El término preexponencial K' se calcula con los datos a 300K: $K'_c := \dfrac{K_{c_300}}{\exp\left(\dfrac{-\Delta H}{R \cdot T_{300}}\right)} = 1.476 \cdot 10^{-5}$

y la constante de equilibrio a 400K será: $K_{c_400} := K'_c \cdot \exp\left(\dfrac{-\Delta H}{R \cdot T_{400}}\right) = 0.349$

Recalculando las constantes cinéticas a 400K:

$$k_{d_400} := A_d \cdot \exp\left(\frac{-E_d}{R \cdot T_{400}}\right) = 2.479 \ \frac{1}{s} \qquad k_{i_400} := \frac{k_{d_400}}{K_{c_400}} = 7.112 \ \frac{1}{s}$$

Se puede replantear el balance de materia a 400K, podrá obtener el volumen de reacción en las nuevas condiciones

$$V_r := \frac{-Q_{v0} \cdot X_{300}}{v_1 \cdot \left(k_{d_400} \cdot (1 - X_{300}) - k_{i_400} \cdot X_{300}\right)} = -3.482 \ L$$ No tiene sentido un volumen negativo

Podemos comprobar, que la conversión máxima a 400K es la siguiente:

$$K_{c2} = \frac{c_{2e}}{c_{1e}} = \frac{c_{10} \cdot X_{2e}}{c_{10} \cdot (1 - X_{2e})} \qquad X_{2e} := \frac{K_{c_400}}{1 + K_{c_400}} = 0.258$$

(b) Para calcular la **temperatura óptima**, hay que poner todas las variables en función de la temperatura y calcular el máximo de la velocidad de reacción

$$r = A_d \cdot exp\left(\frac{-E_d}{R \cdot T}\right) \cdot \left(c_{10} \cdot (1 - X)\right) - \frac{A_d \cdot exp\left(\frac{-E_d}{R \cdot T}\right)}{K'_c \cdot exp\left(\frac{-\Delta H_1}{R \cdot T}\right)} \cdot c_{10} \cdot X$$

reordenando $r = A_d \cdot c_{10} \cdot (1 - X) \cdot exp\left(\dfrac{-E_d}{R \cdot T}\right) - \dfrac{A_d \cdot c_{10} \cdot X}{K'_c} \cdot exp\left(\dfrac{-E_d + \Delta H_1}{R \cdot T}\right)$

$$\frac{d}{dT} r = A_d \cdot c_{10} \cdot (1 - X) \cdot \frac{E_d}{R} \cdot \frac{1}{T^2} \cdot exp\left(\frac{-E_d}{R \cdot T}\right) - \frac{A_d \cdot c_{10} \cdot X}{K'_c} \cdot \frac{(E_d - \Delta H_1)}{R} \cdot \frac{1}{T^2} \cdot exp\left(\frac{-E_d + \Delta H_1}{R \cdot T}\right) = 0$$

y operando: $T_{max} := \dfrac{\Delta H}{R} \cdot \dfrac{1}{\ln\left(\dfrac{(1 - X_{300}) \cdot E_d}{\dfrac{X_{300}}{K'_c} \cdot (E_d - \Delta H)}\right)} = 321.9 \ K$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.16

Se quiere desarrollar en condiciones isotérmicas, la reacción en fase gaseosa: A → 3 B

En la tabla adjunta se detalla la forma en que varía la velocidad de desaparición (por reacción química) del componente A, en función del grado de conversión, a la temperatura de 150 ºC a la que se desea que opere el reactor en el que tendrá lugar la transformación, a la presión de 10 bar abs. La mezcla inicial consistirá en una mezcla equimolecular de A e inertes, a la temperatura y presión de trabajo del reactor.

X	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.85
$-R_A \cdot 10^4$ (kmol/m^3 s)	53	52	50	45	40	33	25	18	12.5	10

(a) ¿Cuál será la forma más conveniente de representar los datos de la tabla con vistas a calcular el volumen de reactor necesario para alcanzar una conversión dada, en un RCTA, y en un RFP?

(b) ¿Qué información adicional sería necesaria en su caso, para calcular el tiempo de reacción requerido para alcanzar una conversión del 70 % en un RDTA?

(c) Si el alimento se introduce al reactor con un caudal volumétrico de 2070 L/h. ¿Cuál será la concentración molar de A a la entrada (c_{A0})? ¿cuánto valdrá el caudal molar de A (F_{A0})? Supóngase comportamiento ideal.

(d) Cuál es el volumen de reactor necesario para alcanzar una conversión del 80 % en:

- un RCTA
- un RFP

(e) Considérese un sistema formado por dos RCTA conectados en serie. Si a la salida del primer reactor se alcanza una conversión de A del 40 % ¿cuál será el volumen total de reacción (suma de los volúmenes de los dos reactores) para que la conversión final de A sea del 80%?

(f) Si se desea alcanzar una conversión de A del 80 %, ¿cuántos m3 de volumen de reactor se ahorran si se utilizan dos RCTA montados en serie, con una conversión intermedia del 40 %, en lugar de un solo RCTA, para obtener una conversión global del 80 %?

(g) Repetir el apartado anterior pero comparando el volumen de reacción necesario cuando se utilizan dos RFP en serie, y un solo RFP.

(h) Caso de que se pueda disponer de un RCTA y de un RFP, con los volúmenes que se desee, y se monten en serie, de modo que la conversión intermedia sea de 0.7, ¿cuál deberá montarse en primer lugar, el RCTA o el RFP, para un volumen global de reacción más pequeño? Demostrar la decisión con cálculos.

(i) Repetir el apartado anterior para una conversión intermedia de 0.5. ¿Qué reactor se situaría primero?

DATOS

El esquema de reacción es: -A+3B=0 siendo $v_A := -1$ $v_B := 3$

Dado que solo tenemos un reactivo (A), éste será el componente clave.

Temperatura y presión del reactor: $T := 423\ K$ $P := 10\ bar = \left(1 \cdot 10^6\right)\ Pa$

Constante de los gases perfectos: $R := 8.313\ \dfrac{J}{mol \cdot K}$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Fracción molar del alimento: $x_{A0} := 0.5$

Velocidades de reacción utilizadas en los cálculos:

$r_{0.4} := 0.004 \frac{kmol}{m^3 \cdot s}$ $\quad r_{0.5} := 0.0033 \frac{kmol}{m^3 \cdot s}$

$r_{0.7} := 0.0018 \frac{kmol}{m^3 \cdot s}$ $\quad r_{0.8} := 0.00125 \frac{kmol}{m^3 \cdot s}$

SOLUCIÓN

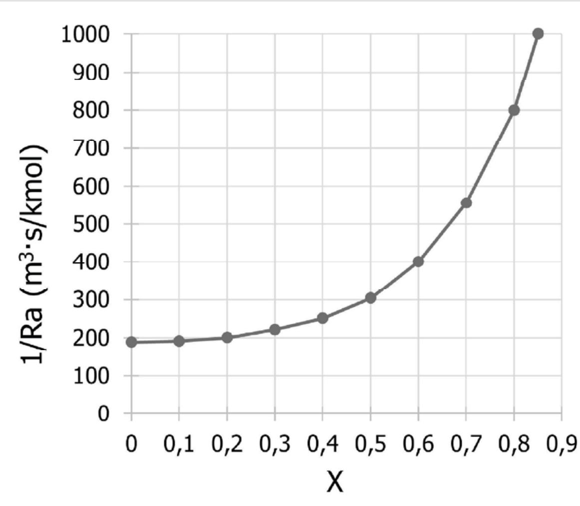
(a) El volumen de un reactor puede calcularse a partir del balance de materia en un RCTA y en un RFP, respectivamente:

RCTA: $$V = F_{A0} \cdot \frac{1}{-v_A \cdot r} \cdot X$$

RFP: $$V = F_{A0} \cdot \int_0^X \frac{1}{-v_A \cdot r} \, dX$$

En ambos casos es conveniente representar la inversa de la velocidad de reacción, referida al componente clave, frente al grado de conversión.

X	-Ra (kmol/m³·s)	1/-Ra (m³·s/kmol)
0	0.0053	189
0.1	0.0052	192
0.2	0.005	200
0.3	0.0045	222
0.4	0.004	250
0.5	0.0033	303
0.6	0.0025	400
0.7	0.0018	556
0.8	0.00125	800
0.85	0.001	1000



(b) Tiempo de reacción, en el caso de un RDTA para X = 0.7. (No considerando que este tipo de reactores no se suelen utilizar para reacciones en fase gas.)

Al tratarse de una reacción en fase gas, con variación en el número de moles (supuestos P y T constantes), debe tenerse en cuenta la variación del volumen al progresar la reacción y cambiar el número de moles.

$$V = V_0 \cdot (1 + \varepsilon_k \cdot X)$$

$$dt = \frac{N_{k0}}{V} \cdot \frac{dX}{-v_k \cdot r} = \frac{N_{k0}}{V_0 \cdot (1 + \varepsilon_k \cdot X)} \cdot \frac{dX}{-v_k \cdot r} = \frac{c_{k0}}{(1 + \varepsilon_k \cdot X)} \cdot \frac{dX}{-v_k \cdot r}$$

$$t = c_{k0} \cdot \int_0^X \frac{1}{-v_k \cdot r \cdot (1 + \varepsilon_k \cdot X)} \, dX$$

En el problema: $\Delta v := v_A + v_B = 2$ $\quad \delta := \frac{\Delta v}{-v_A} = 2$ $\quad \varepsilon_A := x_{A0} \cdot \delta = 1$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

X	-Ra (kmol/m³·s)	1/Ra(1+X) (m³·s/kmol)	Trapecios (m³·s/kmol)
0	0.0053	189	
0.1	0.0052	175	18.2
0.2	0.005	167	17.1
0.3	0.0045	171	16.9
0.4	0.004	179	17.5
0.5	0.0033	202	19.0
0.6	0.0025	250	22.6
0.7	0.0018	327	28.8
0.8	0.00125	444	
0.85	0.001	541	
		SUMA	140.1

La concentración inicial se puede calcular:

$$c_{A0} := \frac{P \cdot x_{A0}}{R \cdot T} = 0.142 \ \frac{kmol}{m^3}$$

Calculamos la integral, I, por trapecios, desde X = 0 hasta X = 0.7:

$$I := 140.1 \ \frac{m^3 \cdot s}{kmol}$$

$$t := c_{A0} \cdot I = 19.9 \ s$$

(c) La concentración de A a la entrada ya se ha caculado. A partir de ella y el caudal volumétrico se puede calcular el caudal molar:

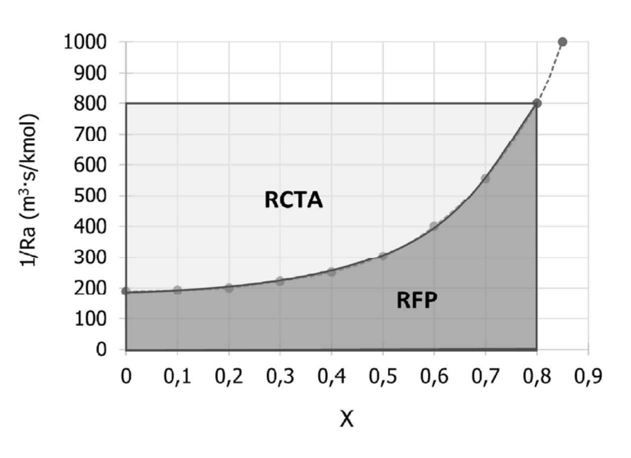
$$Q_{V0} := 2070 \ \frac{L}{hr} = \left(5.75 \cdot 10^{-4}\right) \frac{m^3}{s} \qquad F_{A0} := Q_{V0} \cdot c_{A0} = 0.082 \ \frac{mol}{s}$$

(d) Si se utiliza un RCTA o un RFP desde X = 0 hasta $X := 0.8$

En un RCTA: $$V_{RCTA} := \frac{F_{A0} \cdot X}{-v_A \cdot r_{0.8}} = 52.3 \ L$$

En un RFP: $$V_{RFP} = F_{A0} \cdot \int_0^X \frac{1}{\left(-v_A \cdot r\right)} \mathrm{d}X \qquad I_d := 261.7 \ \frac{m^3 \cdot s}{kmol} \qquad V_{RFP} := F_{A0} \cdot I_d = 21.4 \ L$$

X	-Ra (kmol/m3·s)	1/-Ra (m3·s/kmol)	Trapecios
0	0,0053	189	
0,1	0,0052	192	19,0
0,2	0,005	200	19,6
0,3	0,0045	222	21,1
0,4	0,004	250	23,6
0,5	0,0033	303	27,7
0,6	0,0025	400	35,2
0,7	0,0018	556	47,8
0,8	0,00125	800	67,8
0,85	0,001	1000	
		SUMA	261,7



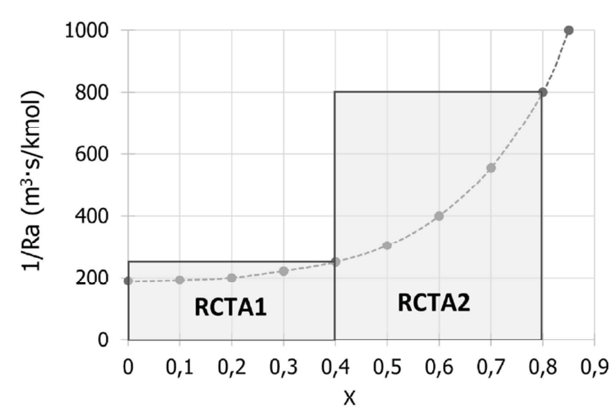
El volumen necesario en un RCTA es muy superior al de un RFP.

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

(e) Si se utilizan dos RCTA en serie, con una conversión intermedia de X = 0.4:

RCTA1 $X_{1e} := 0.4$ $V_{RCTA1} := \frac{F_{A0} \cdot X_{1e}}{r_{0.4}} = 8.2\ L$

RCTA2 $X_{2e} := 0.8$ $V_{RCTA2} := \frac{F_{A0} \cdot (X_{2e} - X_{1e})}{r_{0.8}} = 26.2\ L$



$V_{TOTAL} := V_{RCTA1} + V_{RCTA2} = 34.3\ L$

En consecuencia, el volumen requerido para llevar a cabo la reaccion es menor cuando se utilizan dos RCTA en serie.

(f) El voumen ahorrado al utilizar los dos RCTA en lugar de un solo RCTA es:

$$Ahorro := \frac{V_{RCTA} - V_{TOTAL}}{V_{RCTA}} = 34.4\%$$

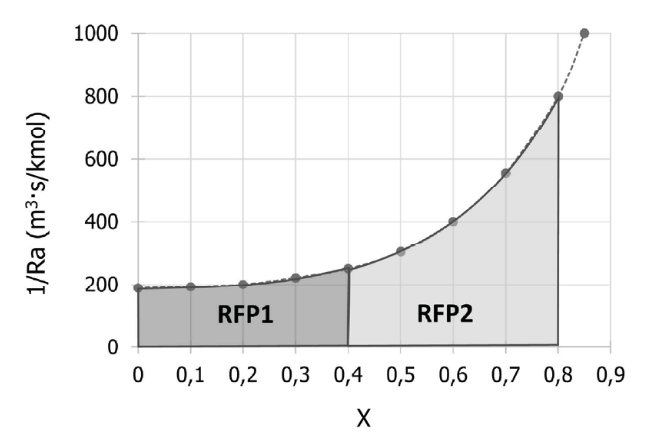
(g) Si se utilizan dos RFP en serie, con una conversión intermedia de X = 0.4, los volumenes serían:

RFP1: $X_{1g} := 0.4$ $V_{RFP} = F_{A0} \cdot \int_0^{X_{1g}} \frac{1}{(-v_A \cdot r)} dX$ $I_{g1} := 83.4 \cdot \frac{m^3 \cdot s}{kmol}$ $V_{RFP1} := F_{A0} \cdot I_{g1} = 6.8\ L$

RFP1: $X_{2g} := 0.8$ $V_{RFP} = F_{A0} \cdot \int_{X_{1g}}^{X_{2g}} \frac{1}{(-v_A \cdot r)} dX$ $I_{g2} := 178.4 \cdot \frac{m^3 \cdot s}{kmol}$ $V_{RFP2} := F_{A0} \cdot I_{g2} = 14.6\ L$

$$V_{TOTALg} := V_{RFP1} + V_{RFP2} = 21.4\ L$$

X	-Ra (kmol/m^3·s)	1/-Ra (m^3·s/kmol)	Trapecios	SUMA RFPi
0	0.0053	189		
0.1	0.0052	192	19.0	
0.2	0.005	200	19.6	
0.3	0.0045	222	21.1	
0.4	0.004	250	23.6	83.4
0.5	0.0033	303	27.7	
0.6	0.0025	400	35.2	
0.7	0.0018	556	47.8	
0.8	0.00125	800	67.8	178.4
0.85	0.001	1000		
		SUMA	261.7	261.7



El volumen total es el mismo, indistintamente de si se usa un RFP o dos reactores RFP en serie.

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

(h) Si se dispone de un reactor de cada tipo y la conversión alcanzada a la salida del primero ha de ser de 0.7, vamos a comparar las dos configuraciones posibles para determinar la mas favorable:

(h1) RCTA + RFP

RCTA-H1: $X_{H1_1} := 0.7$ $\qquad V_{RCTA_H1} := \frac{F_{A0} \cdot X_{H1_1}}{r_{0.7}} = 31.8\ L$

RFP-H1: $X_{H1_2} := 0.8$ $\quad V_{RFP} = F_{A0} \cdot \int_{X_{H1_1}}^{X_{H1_2}} \frac{1}{(-v_A \cdot r)} \, \mathrm{d}X$ $\quad I_{H1} := 67.8\ \frac{m^3 \cdot s}{kmol}$ $\quad V_{RFP_H1} := F_{A0} \cdot I_{H1} = 5.5\ L$

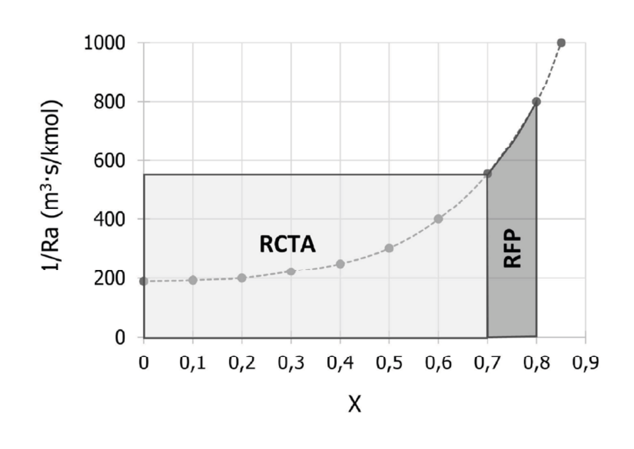
$V_{TOTAL_H1} := V_{RCTA_H1} + V_{RFP_H1} = 37.3\ L$

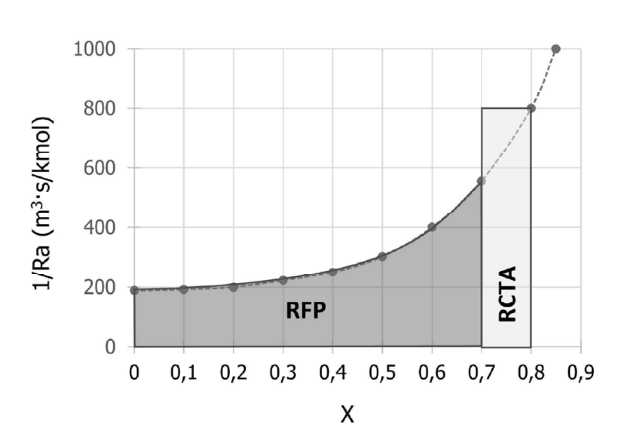
(h2) RFP + RCTA

RFP-H2: $X_{H2_1} := 0.7$ $\quad V_{RFP} = F_{A0} \cdot \int_{0}^{X_{H2_1}} \frac{1}{(-v_A \cdot r)} \, \mathrm{d}X$ $\quad I_{H2} := 194\ \frac{m^3 \cdot s}{kmol}$ $\quad V_{RFP_H2} := F_{A0} \cdot I_{H2} = 15.9\ L$

RCTA-H2: $X_{H2_2} := 0.8$ $\qquad V_{RCTA_H2} := \frac{F_{A0} \cdot (X_{H2_2} - X_{H2_1})}{r_{0.8}} = 6.5\ L$

$V_{TOTAL_H2} := V_{RFP_H2} + V_{RCTA_H2} = 22.4\ L$





La mejor opción es la H2 (RFP - RCTA).

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

(i) Si la conversión intermedia es de 0.5:

(i1) RCTA + RFP

RCTA-I1: $X_{I1_1} := 0.5$ $V_{RCTA_I1} := \frac{F_{A0} \cdot X_{I1_1}}{r_{0.5}} = 12.4\ L$

RFP-I1: $X_{I1_2} := 0.8$ $V_{RFP} = F_{A0} \cdot \int_{X_{I1_1}}^{X_{I1_2}} \frac{1}{(-v_A \cdot r)} \mathrm{d}X$ $I_{I1} := 150.7\ \frac{m^3 \cdot s}{kmol}$ $V_{RFP_I1} := F_{A0} \cdot I_{I1} = 12.3\ L$

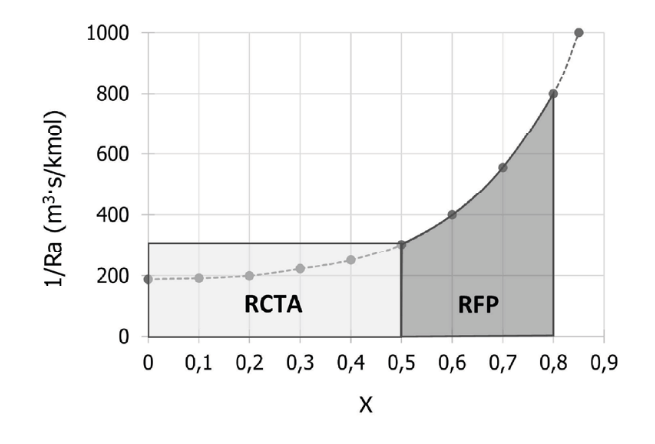
$V_{TOTAL_I1} := V_{RCTA_I1} + V_{RFP_I1} = 24.7\ L$

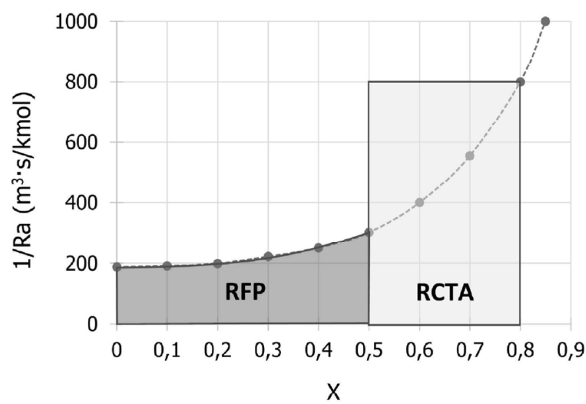
(i2) RFP + RCTA

RFP-I2: $X_{I2_1} := 0.5$ $V_{RFP} = F_{A0} \cdot \int_{0}^{X_{I2_1}} \frac{1}{(-v_A \cdot r)} \mathrm{d}X$ $I_{I2} := 111\ \frac{m^3 \cdot s}{kmol}$ $V_{RFP_I2} := F_{A0} \cdot I_{I2} = 9.1\ L$

RCTA-I2: $X_{I2_2} := 0.8$ $r_{0.8_I2} := 0.00125\ \frac{kmol}{m^3 \cdot s}$ $V_{RCTA_I2} := \frac{F_{A0} \cdot (X_{I2_2} - X_{I2_1})}{r_{0.8_I2}} = 19.6\ L$

$V_{TOTAL_I2} := V_{RFP_I2} + V_{RCTA_I2} = 28.7\ L$





La mejor opción es la I2 (RCTA - RFP).

Problema 5.17

En un RFP se está descomponiendo acetaldehído según la reacción:

$CH_3CHO \rightarrow CH_4 + CO$

El reactor funciona a temperatura constante e igual a 791 K y a la presión de 1 bar abs.
El volumen del reactor y el caudal volumétrico de alimento (acetaldehído puro), son tales que resulta un tiempo espacial de 1/8 h (referido a 273 K y 1 bar abs).
La ecuación de velocidad es de la forma: $r = k \cdot c_1^2$
siendo:

c_1 = concentración molar de acetaldehído (kmol/ m^3).

k = 0.33 $\frac{m^3}{kmol \cdot s}$.

Determinar el grado de conversión alcanzado en el reactor.

DATOS

Haciendo las siguientes asignaciones: A_1 = Acetaldheido, A_2 = metano, A_3 =Monóxido de carbono

El esquema de reacción es el siguiente: -A1 + A2 + A3 = 0

siendo $\nu_1 := -1$ $\nu_2 := 1$ $\nu_3 := 1$

El alimento es acetaldehido puro: $x_{10} := 1$

Tiempo espacial: $\tau_{ref} := \frac{1}{8}\ hr = 450\ s$ referido a las condiciones: $T_r := 791\ K$ $P := 1\ bar$

La constante cinética es: $k := 0.33\ \frac{m^3}{kmol \cdot s}$

SOLUCIÓN

Como el tiempo espacial esta referido a una temperatura diferente a la del reactor, hay que recalcularla teniendo en cuenta la ley de los gases perfectos:

$$\frac{Q_{v0}(273)}{273} = \frac{Q_{v0}(791)}{791} \qquad Q_{v0}(791) = Q_{v0}(273) \cdot \frac{791}{273}$$

$$\tau_r = \frac{V}{Q_{v0}(791)} = \frac{V}{Q_{v0}(273) \cdot \frac{791}{273}} = \frac{\tau_{ref}}{\frac{791}{273}} \qquad \tau_r := \frac{\tau_{ref}}{\frac{791}{273}} = 155.31\ s$$

Ahora ya se puede plantear la ecuación del balance de materia al reactor, teniendo en cuenta que es una reacción en fase gas con cambio en el número de moles.

NOTA: P_0 y T_0 son las condiciones inciales en un RDTA o las condiciones del alimento en un RCTA. En este caso, $T=T_0$ y $P=P_0$:

$$c_j = \frac{c_{k0} \cdot \left(\theta_j - X \cdot \frac{\nu_j}{\nu_k}\right)}{\frac{P_0}{P} \cdot \frac{T}{T_0} \cdot (1 + \varepsilon_k \cdot X)}$$

siendo: $\theta_j = \frac{c_{j0}}{c_{k0}}$ $\delta = \frac{\Delta\nu}{-\nu_k}$ $\varepsilon_k = x_{k0} \cdot \delta$

$\theta_1 = \frac{c_{10}}{c_{10}} = 1$ $\delta := \frac{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3}{-\nu_1} = 1$ $\varepsilon_1 := x_{10} \cdot \delta = 1$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Teniendo en cuenta la ley de los gases perfectos, la concentración inicial puede calcularse:

$$c_{10} := \frac{P}{\mathbf{R} \cdot T_r} = 0.015 \ \frac{kmol}{m^3}$$

Con lo que la concentración de acetaldehido variará con el grado de conversión según la expresión:

$$c_1 = \frac{c_{10} \cdot (1-X)}{1+X}$$

Planteando la ecuación del balance de materia en un RFP, resulta:

$$\tau = c_{k0} \cdot \int_0^X \frac{1}{-v_k \cdot r(X)} \, dX = c_{10} \cdot \int_0^X \frac{1}{-v_1 \cdot k \cdot c_1^2} \, dX = c_{10} \cdot \int_0^X \frac{1}{-v_1 \cdot k \cdot \left(\frac{c_{10} \cdot (1-X)}{1+X}\right)^2} \, dX$$

$$\tau = \frac{1}{-v_1 \cdot k \cdot c_{10}} \cdot \int_0^X \frac{(1+X)^2}{(1-X)^2} \, dX$$

que puede resolverse analíticamente mediante la expresión:

$$\int \frac{(1+X)^2}{(1-X)^2} \, dX \rightarrow X + 4 \cdot ln(X-1) - \frac{4}{X-1}$$

$$\tau = \frac{1}{-v_1 \cdot k \cdot c_{10}} \cdot \left(X + 4 \cdot ln(X-1) - \frac{4}{X-1} - \left(0 + 4 \cdot ln(0-1) - \frac{4}{0-1}\right)\right)$$

$$\tau = \frac{1}{-v_1 \cdot k \cdot c_{10}} \cdot \left(X + 4 \cdot ln\left(\frac{X-1}{-1}\right) - \frac{4}{X-1} - 4\right)$$

que se cumplirá cuando:

$$X_1 := \mathbf{root}\left(\frac{1}{-v_1 \cdot k \cdot c_{10}} \cdot \left(X - 4 + \frac{4}{1-X} + 4 \cdot \ln(1-X)\right) - \tau_r, X\right) = 0.3497$$

NOTA: Cuando la incógnita es un límite de integración, la integral no puede calcularse. Si no se pudiera resolver analíticamente, puede hacerse un tanteo, por trapecios, con límites crecientes hasta que se cumpla la igualdad.

Sea la función: $F(X) := \frac{(1+X)^2}{(1-X)^2}$

$$\tau_r + \frac{1}{v_1 \cdot k \cdot c_{10}} \cdot \left(\frac{F(0)+F(0.1)}{2} \cdot 0.1\right) = 130.459 \ s$$

$$\tau_r + \frac{1}{v_1 \cdot k \cdot c_{10}} \cdot \left(\frac{F(0)+F(0.1)}{2} \cdot 0.1 + \frac{F(0.1)+F(0.2)}{2} \cdot 0.1\right) = 93.153 \ s$$

$$\tau_r + \frac{1}{v_1 \cdot k \cdot c_{10}} \cdot \left(\frac{F(0)+F(0.1)}{2} \cdot 0.1 + \frac{F(0.1)+F(0.2)}{2} \cdot 0.1 + \frac{F(0.2)+F(0.3)}{2} \cdot 0.1\right) = 36.364 \ s$$

$$\tau_r + \frac{1}{v_1 \cdot k \cdot c_{10}} \cdot \left(\frac{F(0)+F(0.1)}{2} \cdot 0.1 + \frac{F(0.1)+F(0.2)}{2} \cdot 0.1 + \frac{F(0.2)+F(0.3)}{2} \cdot 0.1 + \frac{F(0.3)+F(0.4)}{2} \cdot 0.1\right) = -52.257 \ s$$

por lo que el grado de conversión estará entre 0.3 y 0.4.

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 5.18

En una fábrica de ácido nítrico el gas que sale de la planta de oxidación de amoníaco se enfría rápidamente, hasta la temperatura ambiente, para eliminar la mayor parte del vapor de agua que contiene. La mezcla reactante, una vez enfriada, contiene un 9 % de NO, 1 % de NO_2 y 8 % de O_2 (porcentajes molares). Antes de introducirla en las torres de absorción donde se obtiene ácido nítrico, conviene oxidar la mezcla a fin de que la relación NO_2/NO en la misma sea 5:1.
Si dicha oxidación se realiza en un reactor tubular, con una refrigeración adecuada para que la temperatura de la mezcla se mantenga constante e igual a 293 K, ¿cuál será el volumen de reactor necesario, cuando se introduzca un caudal de alimentación de 10700 m^3/h (medido a 293 K y P = 1 atm), si la presión de operación es 1 atm?

Datos y notas:
Se sabe que la reacción 2·NO + O_2 ⇆ 2·NO_2 es una reacción gaseosa homogénea prácticamente irreversible, que se comporta como una reacción elemental.
La constante de velocidad a 293 K vale $1.4 \cdot 10^4$ referida al NO, cuando las concentraciones se expresan en kmol/m^3 y el tiempo en segundos, es decir:

$$-R_{NO2} = 1.4 \cdot 10^4 \cdot c_{NO}^2 \cdot c_{O2}$$

Despréciese la posibilidad de que se pueda formar algo de N_2O_4.

DATOS

Haciendo las asignaciones: A_1=NO A_2=O_2, A_3=NO_2

El esquema de reacción es: $-2\ A_1 - A_2 + 2\ A_3 = 0$

siendo $v_1 := -2$ $v_2 := -1$ $v_3 := 2$

Las presión y temperatura de operación del reactor y del alimento son las mismas:

$$P := 1\ atm \qquad T := 293\ K$$

La constante de velocidad es: $k := 1.4 \cdot 10^4\ \dfrac{m^6}{kmol^2 \cdot s}$

El caudal de alimentación es: $Q_{V0} := 10700\ \dfrac{m^3}{hr}$

y la composición del alimento: $x_{10} := 0.09$ $x_{20} := 0.08$ $x_{30} := 0.01$

donde el componente clave de la reacción es el NO: $\left|\dfrac{x_{10}}{v_1}\right| = 0.045$ $\left|\dfrac{x_{20}}{v_2}\right| = 0.08$

Razón molar final: $\dfrac{N_3}{N_1} = 5$

SOLUCIÓN

Se trata de una reacción en fase gas con variación en el número de moles y las condiciones (P,T) del reactor son las mismas que las del alimento:

$$c_j = \frac{c_{j0} - c_j \cdot X \cdot \dfrac{v_j}{v_k}}{1 + \varepsilon_k \cdot X}$$ siendo : $\Delta v := v_1 + v_2 + v_3 = -1$ $\delta := \dfrac{\Delta v}{-v_1} = -0.5$ $\varepsilon_k := \delta \cdot x_{10} = -0.045$

Para relacionar las concentraciones con las fracciones molares, hacemos uso de la ley de los gases perfectos:

$$c_j = \frac{N_j}{V} = \frac{P_j}{R \cdot T} = \frac{P}{R \cdot T} \cdot x_j \qquad \frac{P}{R \cdot T} = 41.592 \ \frac{mol}{m^3}$$

$$c_{10} := \frac{P}{R \cdot T} \cdot x_{10} = 3.743 \ \frac{mol}{m^3} \qquad c_1(X) := \frac{P}{R \cdot T} \cdot \frac{x_{10} \cdot (1 - X)}{1 + \varepsilon_k \cdot X}$$

$$c_{20} := \frac{P}{R \cdot T} \cdot x_{20} = 3.327 \ \frac{mol}{m^3} \qquad c_2(X) := \frac{P}{R \cdot T} \cdot \frac{x_{20} - x_{10} \cdot X \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1}}{1 + \varepsilon_k \cdot X}$$

$$c_{30} := \frac{P}{R \cdot T} \cdot x_{30} = 0.416 \ \frac{mol}{m^3} \qquad c_3(X) := \frac{P}{R \cdot T} \cdot \frac{x_{30} - x_{10} \cdot X \cdot \frac{\nu_3}{\nu_1}}{1 + \varepsilon_k \cdot X}$$

Para hallar la conversión final hay que partir de la condición impuesta a la composición de salida:

$$\frac{N_3}{N_1} = 5 = \frac{c_3}{c_1} = \frac{x_{30} - x_{10} \cdot X \cdot \frac{\nu_3}{\nu_1}}{x_{10} \cdot (1 - X)} \qquad X := \frac{x_{30} - 5 \cdot x_{10}}{x_{10} \cdot \frac{\nu_3}{\nu_1} - 5 \cdot x_{10}} = 0.815$$

Planteando el balance de materia:

$$\frac{\tau}{c_{k0}} = \frac{V}{F_{k0}} = \int_0^X \frac{1}{-\nu_k \cdot r} \, dX = \int_0^X \frac{1}{-R_k} \, dX$$

$$F_{10} := Q_{V0} \cdot c_{10} = 11.126 \ \frac{mol}{s} \qquad V = F_{10} \cdot \int_0^X \frac{1}{k \cdot {c_1}^2 \cdot c_2} \, dX$$

$$V := F_{10} \cdot \int_0^X \frac{1}{k \cdot \left(\frac{P}{R \cdot T} \cdot \frac{x_{10} \cdot (1 - X)}{1 + \varepsilon_k \cdot X} \right)^2 \cdot \left(\frac{P}{R \cdot T} \cdot \frac{x_{20} - x_{10} \cdot X \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1}}{1 + \varepsilon_k \cdot X} \right)} \, dX = 107.7 \ m^3$$

Integral resoluble numéricamente (Simpson o trapecios):

$$F(X) := \frac{1}{k \cdot \left(\frac{P}{R \cdot T} \cdot \frac{x_{10} \cdot (1 - X)}{1 + \varepsilon_k \cdot X} \right)^2 \cdot \left(\frac{P}{R \cdot T} \cdot \frac{x_{20} - x_{10} \cdot X \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1}}{1 + \varepsilon_k \cdot X} \right)}$$

La solución por trapecios sería:

$$F(0) = 1.532 \ \frac{m^3 \cdot s}{mol} \qquad F(.2) = 2.625 \ \frac{m^3 \cdot s}{mol} \qquad F(.4) = 5.2 \ \frac{m^3 \cdot s}{mol}$$

$$F(0.6) = 13.313 \ \frac{m^3 \cdot s}{mol} \qquad F(.815) = 73.889 \ \frac{m^3 \cdot s}{mol}$$

$$V_2 := \left(\frac{F(0) + F(0.2)}{2} \cdot 0.2 + \frac{F(0.2) + F(0.4)}{2} \cdot 0.2 + \frac{F(0.4) + F(0.6)}{2} \cdot 0.2 + \frac{F(0.6) + F(0.815)}{2} \cdot 0.215 \right) \cdot F_{10}$$

$$V_2 = 138.2 \ m^3$$

BLOQUE IV

Balances de energía en sistemas con reacción química. Reactores ideales

Problema 6.1

La reacción de deshidrogenación del etanol para obtener acetaldehído:

$$C_2H_5OH(g) \rightarrow CH_3CHO(g) + H_2(g)$$

se lleva a cabo en un reactor con calefacción para evitar que la temperatura disminuya demasiado rápido y por tanto se pare la reacción cuando la conversión todavía es reducida.
Si la composición del alimento es de un 90% de etanol y un 10% de acetaldehído y su temperatura 300 ºC, la temperatura de salida de los gases del reactor es 253 ºC y en la misma hay 41 moles de acetaldehído/100 moles de alimento.
Calcular el calor adicionado por cada 100 moles de gas alimentado.

Datos y notas:
Cp(etanol) = 0.110 kJ/mol·K, Cp(acetaldehido) = 0.080 kJ/mol·K, Cp(H_2) = 0.029 kJ/mol·K
ΔH_f(etanol) = -56.12 kcalmol, ΔH_f(acetaldehído) = -39.76 kcal/mol
Suponer que las variables termodinámicas son independientes de la temperatura.

DATOS

Asignando : A_1: Etanol A_2: Acetaldehido A_3: Hidrógeno

Esquema de reacción: $-A_1 + A_2 + A_3 = 0$ donde $\nu_1 := -1$ $\nu_2 := 1$ $\nu_3 := 1$

Las entalpías de formación y los calores específicos (independientes de la temperatura) son:

$$\Delta H_{f1} := -56120\ \frac{cal}{mol} = -2.35 \cdot 10^5\ \frac{J}{mol} \qquad c_{p1} := 110\ \frac{J}{mol \cdot K}$$

$$\Delta H_{f2} := -39760\ \frac{cal}{mol} = -1.665 \cdot 10^5\ \frac{J}{mol} \qquad c_{p2} := 80\ \frac{J}{mol \cdot K}$$

$$\Delta H_{f3} := 0\ \frac{J}{mol} \qquad c_{p3} := 29\ \frac{J}{mol \cdot K}$$

La temperatura del alimento es: $T_0 := 300\ °C$

La temperatura del reactor es: $T := 253\ °C$

La composición del alimento: $x_{10} := 0.9$ $x_{20} := 0.1$ $x_{30} := 0$

El componente clave es el etanol, por ser el único reactivo:

Suponiendo una base de cálculo: $F_{t0} := 100\ \frac{mol}{s}$

El caudal del alimento es: $F_{10} := F_{t0} \cdot x_{10} = 90\ \frac{mol}{s}$ $F_{20} := F_{t0} \cdot x_{20} = 10\ \frac{mol}{s}$ $F_{30} := F_{t0} \cdot x_{30} = 0\ \frac{mol}{s}$

En la salida del reactor: $\left(salida = \frac{41}{100} \cdot \frac{moles_A2}{moles_alimento} \right)$ $F_2 := 41 \cdot \frac{mol}{s}$

SOLUCIÓN

Se trata de un reactor continuo, donde se lleva a cabo una reacción endotérmica con aporte de calor.

$$T - T_0 - J \cdot X = Q$$

siendo: $J = \frac{-\Delta H_k}{\sum_{j=1}^{s} (\theta_j \cdot c_{pj})}$ $Q = \frac{q}{F_{k0} \cdot \sum_{j=1}^{s} (\theta_j \cdot c_{pj})}$ $\theta_j = \frac{F_{j0}}{F_{k0}}$ $-\Delta H_k = \frac{\Delta H_r}{\nu_k}$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Para plantear el balance de energía es necesario conocer la entalpía de reacción y la conversión alcanzada.

La entalpía de reacción se calcula a partir de las entalpías de formación a la misma temperatura:

$$\Delta H_r = \sum_j \left(v_j \cdot \Delta H_{fj}\right) \qquad \Delta H_r := v_1 \cdot \Delta H_{f1} + v_2 \cdot \Delta H_{f2} + v_3 \cdot \Delta H_{f3} = \left(6.85 \cdot 10^4\right) \frac{J}{mol}$$

La conversión se calcula a partir de la información de la corriente de salida, utilizando las relaciones estequiométricas:

$$F_2 = F_{20} - F_{10} \cdot X \cdot \frac{v_2}{v_1}$$

despejando: $$X := \frac{F_{20} - F_2}{F_{10} \cdot \frac{v_2}{v_1}} = 0.344$$

Calculando J:

$$\Delta H_1 := \frac{-\Delta H_r}{v_1} = \left(6.85 \cdot 10^4\right) \frac{J}{mol}$$

$$C = \sum_{j=1}^{S} \left(\theta_j \cdot c_{pj}\right) \qquad C := \frac{F_{10}}{F_{10}} \cdot c_{p1} + \frac{F_{20}}{F_{10}} \cdot c_{p2} = 118.889 \frac{J}{mol \cdot K}$$

donde únicamente se tienen en cuenta los componentes del alimento:

$$J := \frac{-\Delta H_1}{C} = -576.135 \ \Delta °C$$

resolviendo el balance:

$$Q := T - T_0 - J \cdot X = 151.446 \ \Delta °C$$

y teniendo en cuenta la definición de Q, el aporte de calor será:

$$q := \left(F_{10} \cdot C\right) \cdot Q = \left(1.62 \cdot 10^6\right) W$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 6.2

La reacción irreversible de primer orden en fase líquida:

$$A \rightarrow R + S$$

se lleva a cabo en un RCTA hasta alcanzar una conversión del 90 %. El reactante se alimenta al reactor a 20 ºC y los productos se extraen a 150 ºC.
Determinar:

(a) El volumen del RCTA necesario para tratar 1000 kg/h del componente A.
(b) La energía que ha de intercambiar el reactor con el exterior.

Datos y notas:
La constante de velocidad a 130 ºC, 170 ºC y 190 ºC vale 0.067, 1.713 y 7.010 (1/h), respectivamente.
Calor de reacción a 25ºC = -52250 julio/mol.
Densidad de reactantes y productos 900 kg/ m^3 .
Peso molecular de A = 100 g/mol.
Calores específicos medios: Cp_A = 50.6 J/mol·K, Cp_R = 45.4 J/mol·K, Cp_S = 60.5 J/mol·K.

DATOS Y CÁLCULOS PREVIOS

Esquema de reacción: -A + R + S = 0 donde $v_A := -1$ $v_R := 1$ $v_S := 1$

La temperatura de entrada al reactor es: $T_0 := 20\ °C = 293.15\ K$

La temperatura de salida del reactor es: $T := 150\ °C = 423.15\ K$

La conversión en el reactor es: $X := 0.9$

El caudal másico de entrada al reactor es: $m_0 := 1000 \cdot \frac{kg}{hr} = 0.278\ \frac{kg}{s}$

Teniendo en cuenta la densidad: $\rho := 900 \cdot \frac{kg}{m^3}$ $Q_{v0} := \frac{m_0}{\rho} = \left(3.086 \cdot 10^{-4}\right)\ \frac{m^3}{s}$

Teniendo en cuenta el peso molecular: $PM_1 := 100 \cdot \frac{kg}{kmol}$ $F_{10} := \frac{m_0}{PM_1} = 2.778\ \frac{mol}{s}$

Calores especificos, constantes con la temperatura: $c_{pA} := 50.6 \cdot \frac{J}{mol \cdot K}$ $c_{pR} := 45.4 \cdot \frac{J}{mol \cdot K}$ $c_{pS} := 60.5 \cdot \frac{J}{mol \cdot K}$

La entalpía de reacción a 25ºC: $\Delta H_{ref} := -52250 \cdot \frac{J}{mol}$ $T_{ref} := 25\ °C = 298.15\ K$

La entalpía de reacción a la temperatura del reactor será:

$$\Delta H_r = \Delta H_{ref} + \int_{T_{ref}}^{T} \sum_j \left(v_j \cdot c_{pj}\right) \mathrm{d}T = \Delta H_{ref} + \sum_j \left(v_j \cdot c_{pj}\right) \cdot \left(T - T_{ref}\right)$$

$$\Delta H_r := \Delta H_{ref} + \left(v_A \cdot c_{pA} + v_R \cdot c_{pR} + v_S \cdot c_{pS}\right) \cdot \left(T - T_{ref}\right) = -4.534 \cdot 10^4\ \frac{J}{mol}$$

Constante cinética:

$$k = A_d \cdot exp\left(\frac{-E_d}{R \cdot T}\right) \qquad k := \begin{bmatrix} 0.067 \\ 1.713 \\ 7.010 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{hr} = \begin{bmatrix} 1.861 \cdot 10^{-5} \\ 4.758 \cdot 10^{-4} \\ 1.947 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \frac{1}{s} \qquad T_r := \begin{bmatrix} 403 \\ 443 \\ 463 \end{bmatrix} \cdot K$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Para poder calcularla a cualquier temperatura es necesario hacer el ajuste del modelo:

$$ln(k) = ln(A_d) - \frac{E_d}{R \cdot T} \qquad ln(k \cdot s) = \begin{bmatrix} -10.892 \\ -7.65 \\ -6.241 \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{T_r} = \begin{bmatrix} 0.00248 \\ 0.00226 \\ 0.00216 \end{bmatrix} \frac{1}{K}$$

de la pendiente se obtiene la energía de activación:

$$pendiente := slope\left(\frac{1}{T_r}, ln(k \cdot s)\right) = -1.446 \cdot 10^4 \; K \qquad E_d := -R \cdot pendiente = \left(1.202 \cdot 10^5\right) \frac{J}{mol}$$

de la ordenada en el origen se obtiene el término preexponencial:

$$ordenada := intercept\left(\frac{1}{T_r}, ln(k \cdot s)\right) = 24.996 \qquad A_d := \frac{exp(ordenada)}{s} = \left(7.173 \cdot 10^{10}\right) \frac{1}{s}$$

y la constante cinética a la temperatura de reacción es:

$$k(T) = A_d \cdot exp\left(\frac{-E_d}{R \cdot T}\right) \qquad k(T) = 1.028 \cdot 10^{-4} \; \frac{1}{s}$$

SOLUCIÓN

Planteando el balance de materia:

$$V_r = \frac{F_{k0} \cdot X}{-v_k \cdot r}$$

siendo:

$$F_{k0} = Q_v \cdot c_{k0} \qquad r = k \cdot c_k \qquad c_k = c_{k0} \cdot (1 - X)$$

sustituimos :

$$V_r = \frac{\left(Q_v \cdot c_{k0}\right) \cdot X}{-v_k \cdot \left(k \cdot \left(c_{k0} \cdot (1 - X)\right)\right)}$$

el volumen del reactor será:

(a)

$$V_r = \frac{Q_{v0} \cdot X}{-v_A \cdot k(T) \cdot (1 - X)} = 27.018 \; m^3$$

Y planteando el balance de energía:

$$q = \sum_j \left(F_{j0} \cdot c_{pj} \cdot \left(T_f - T_i\right) + F_{k0} \cdot \Delta H_k \cdot X\right)$$

La energía necesaria por unidad de tiempo será:

(b)

$$q := F_{10} \cdot c_{pA} \cdot \left(T - T_0\right) + F_{10} \cdot \Delta H_r \cdot X = -9.507 \cdot 10^4 \; W$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 6.3

Una mezcla que contiene dos reactantes A y B, en igual concentración (6.67 kmol/ m^3), se alimenta a un RCTA, adiabático, donde reacciona de acuerdo con el esquema siguiente a T = 120 ºC.

A + B → C

La reacción es irreversible y de segundo orden, y su constante de velocidad, expresada en $\frac{m^3}{kmol \cdot s}$ puede calcularse por la expresión:

$$k = 5.5 \cdot 10^7 \ exp\left(\frac{-10000}{T}\right)$$

¿Cuál deberá ser el caudal volumétrico y la temperatura de entrada del alimento, si el reactor tiene un volumen de 1 litro y se desea alcanzar un grado de conversión del 50 %.

Datos y notas:
Calor de reacción ΔH = -80000 kJ/kmol (a 120ºC).
Calor específico medio de la mezcla 2720 kJ/ m^3 ·K (a las condiciones de operación).

DATOS

Esquema de reacción: -A1 -A2 +A3 = 0 siendo: $v_1 := -1$ $v_2 := -1$ $v_3 := 1$

Calor de reacción a 120ºC: $\Delta H_r := -80000 \cdot \frac{J}{mol}$

Calor específico referido al volumen: $c_{pv} := 2720 \cdot \frac{kJ}{m^3 \cdot K}$

Parámetros de la constante cinética: $A_d := 5.5 \cdot 10^7 \cdot \frac{m^3}{kmol \cdot s}$

$E_d := 10000 \ K \cdot \boldsymbol{R} = \left(8.314 \cdot 10^4\right) \frac{J}{mol}$

Concentraciones inciales de reactivos: $c_{10} := 6.67 \cdot \frac{kmol}{m^3}$ $c_{20} := c_{10} = 6.67 \ \frac{kmol}{m^3}$

Volumen del reactor: $V_r := 1 \cdot L$

Conversión en el reactor: $X := 0.5$

Temperatura del reactor: $T_r := 120 \ °C$

SOLUCIÓN

Para calcular el caudal volumétrico tenemos que recurrir al balance de materia:

$c_{k0} \cdot X + v_k \cdot r \cdot \tau = 0$ $c_{10} \cdot X + v_1 \cdot k \cdot c_1 \cdot c_2 \cdot \frac{V_r}{Q_{v0}} = 0$

siendo : $k(T) := A_d \cdot \exp\left(\frac{-E_d}{R \cdot T}\right)$ $k(T_r) = \left(4.934 \cdot 10^{-7}\right) \frac{m^3}{s \cdot mol}$

$c_1 = c_2 = c_{10} \cdot (1 - X)$

sustituyendo: $c_{10} \cdot X + v_1 \cdot k(T) \cdot \left(c_{10} \cdot (1 - X)\right)^2 \cdot \frac{V_r}{Q_{v0}} = 0$

$v_1 \cdot k(T) \cdot \left(c_{10} \cdot (1 - X)\right)^2 \cdot \frac{V_r}{-\left(c_{10} \cdot X\right)} = Q_{v0}$

$$Q_{v0} := v_1 \cdot k\left(T_r\right) \cdot \left(c_{10} \cdot (1 - X)\right)^2 \cdot \frac{V_r}{-\left(c_{10} \cdot X\right)} = \left(1.646 \cdot 10^{-6}\right) \frac{m^3}{s}$$

$$\tau := \frac{V_r}{Q_{v0}} = 607.701\ s$$

Para determinar la temperatura de entrada del alimento, se ha de recurrir al balance de energía de un RCTA adiabático:

$$Q = T_r - T_0 - J \cdot X \qquad Q = 0 \qquad T_0 = T_r - J \cdot X$$

Para calcular la J no podemos usar directamente los datos del problema, ya que son dimensionalmente inconsistentes:

$$J = \frac{-\Delta H_k}{\sum_{j=1}^{S} \left(\theta_j \cdot c_{pj}\right)} \qquad \Delta H_k := \frac{\Delta H_r}{-v_1} = -8 \cdot 10^4\ \frac{J}{mol}$$

La entalpía de reacción está referida a los moles, mientras que el calor específico está referido al volumen. Se puede solucionar de la siguiente forma. La energía necesaria para calentar el alimento es la misma, independiente de su cálculo:

$$F_{10} \cdot \sum_{j=1}^{S} \left(\theta_j \cdot c_{pj}\right) = Q_{v0} \cdot C_{pv}$$ las unidades son: kJ/(K·s)

operando: $$\left(Q_{v0} \cdot c_{10}\right) \cdot \sum_{j=1}^{S} \left(\theta_j \cdot c_{pj}\right) = Q_{v0} \cdot C_{pv}$$

$$c_{10} \cdot \sum_{j=1}^{S} \left(\theta_j \cdot c_{pj}\right) = C_{pv}$$

$$\sum_{j=1}^{S} \left(\theta_j \cdot c_{pj}\right) = \frac{c_{pv}}{c_{10}}$$

$$J := \frac{-\Delta H_k}{\frac{c_{pv}}{c_{10}}} = 196.176\ K$$

Ahora, ya es posible calcular la temperatura de entrada del alimento:

$$T_0 := T_r - J \cdot X = 295.1\ K$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 6.4

(a) Calcular entre 0 y 130 ºC la conversión de equilibrio de A_1 para la reacción en fase acuosa **$A_1 \leftrightarrows A_2$** para la cual ΔG_{298} = -3375 cal/mol y ΔH_{298} = -18000 cal/mol, dando el resultado en forma de una gráfica donde se represente la conversión frente a la temperatura.

(b) Qué restricciones se tendrán que imponer a un reactor que opere isotérmicamente, si se desea obtener un grado de conversión del 75 % o superior.

(c) Si el reactante A_1 se introduce continuamente a 20 ºC en un reactor que opera adiabáticamente, el cual es suficientemente grande para considerar que se alcanza la conversión de equilibrio, determinar:

- La ecuación de la adiabática de conversión.
- La temperatura de salida del reactor.
- La composición de la corriente de salida.

Datos y notas:

Suponer que los calores específicos de las disoluciones son idénticos a los del agua. Suponer que la disolución es ideal, por lo cual K = Kc.

DATOS

Esquema de reacción: $-A_1 + A_2 = 0$ siendo: $v_1 := -1$ $v_2 := 1$

Datos termodinámicos: $T_{ref} := 298\ K$

$$\Delta G_{ref} := -3375\ \frac{cal}{mol} = -1.413 \cdot 10^4\ \frac{J}{mol}$$

$$\Delta H_{ref} := -18000\ \frac{cal}{mol} = -7.536 \cdot 10^4\ \frac{J}{mol}$$

$$c_p := 75\ \frac{J}{mol \cdot K}$$ Constante e igual a la del agua

Temperatura mínima: $T_{min} := 0\ °C$

Temperatura máxima: $T_{max} := 130\ °C$

SOLUCIÓN

(a) Cálculo de la curva de equilibrio:

La constante de equilibrio depende de la energía temperatura y la variación de energía libre:

$$K_c = exp\left(\frac{-\Delta G}{R \cdot T}\right)$$

Teniendo en cuenta que: $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$, también puede espresarse mediante la variación de entalpía:

$$K_{c.} = K_{c0} \cdot exp\left(\frac{-\Delta H}{R \cdot T}\right)$$

Si conocemos la variación de energía libre a una temperatura, podemos calcular la constante de equilibrio a dicha temperatura:

$$K_{c_ref} := \exp\left(\frac{-\Delta G_{ref}}{R \cdot T_{ref}}\right) = 299.869$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Conociendo la constante de equilibrio a una temperatura y la variación de entalpía, podemos calcular el factor preexponencial y utilizarlo para calcular la constante a otras temperaturas:

$$K_{c0} := \frac{K_{c_ref}}{\exp\left(\frac{-\Delta H_{ref}}{R \cdot T_{ref}}\right)} = 1.848 \cdot 10^{-11} \qquad K_c(T) := K_{c0} \cdot \exp\left(\frac{-\Delta H_{ref}}{R \cdot T}\right)$$

A partir de la constante de equilibrio y su expresión en función de las concentraciones, podemos obtener su relación con la conversión de equilibrio:

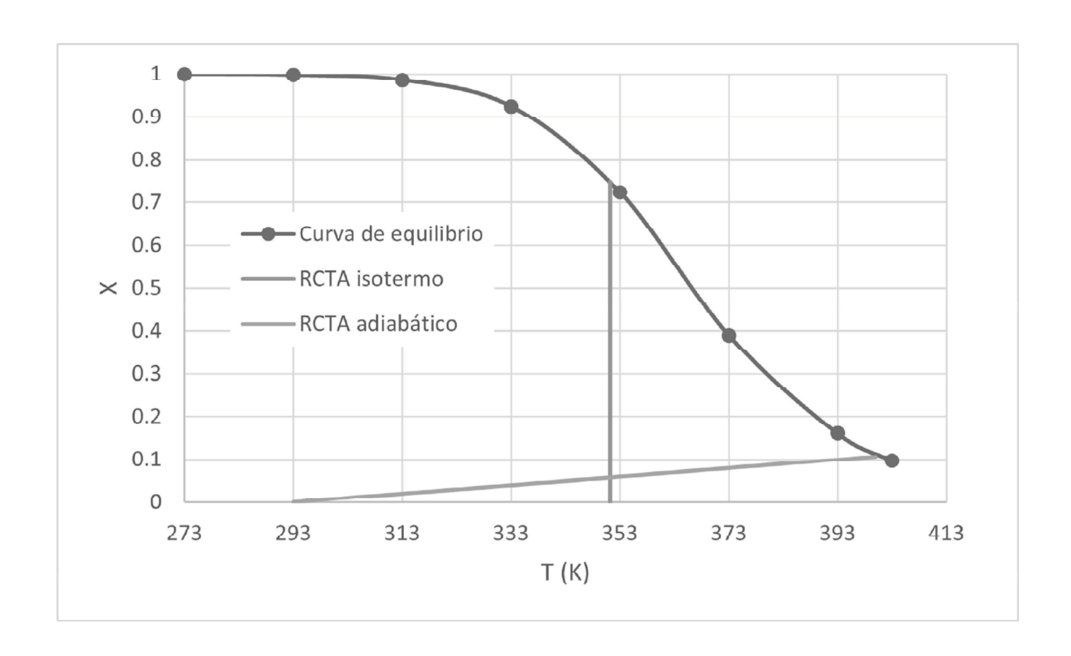
$$c_1 = c_{10} \cdot (1-X) \qquad c_2 = c_{10} \cdot X$$

$$K_c = \frac{c_2}{c_1} = \frac{c_{10} \cdot X_e}{c_{10} \cdot (1-X_e)} = \frac{X_e}{1-X_e}$$

despejando Xe:

$$X_e(T) := \frac{K_c(T)}{1+K_c(T)}$$

$$X_e(273\ K) = 1 \qquad X_e(293\ K) = 0.998 \qquad X_e(313\ K) = 0.986$$
$$X_e(333\ K) = 0.925 \qquad X_e(353\ K) = 0.724 \qquad X_e(373\ K) = 0.398$$
$$X_e(393\ K) = 0.161 \qquad X_e(403\ K) = 0.098$$



(b) Reactor isotermo:

Para alcanzar una conversión máxima de: $X_{eb} := 0.75$ -------------> $Kc := \frac{X_{eb}}{1-X_{eb}} = 3$

Teniendo en cuenta: $K_c = K_{c0} \cdot exp\left(\frac{-\Delta H_0}{R \cdot T}\right)$

La temperatura máxima a la que se podrá trabajar es de:

$$T_{isotermo} := \frac{-\Delta H_{ref}}{R \cdot \ln\left(\frac{Kc}{K_{c0}}\right)} = 351\ K \qquad T_{isotermo} = 78\ °C$$

(c) Reactor adiabático:

Temperatura de alimentación al reactor: $T_0 := 20\ °C$

Balance de energía al RCTA, adiabático: $T = T_0 + J \cdot X$

cálculo de la J: $\Delta H_1 := \dfrac{-\Delta H_{ref}}{v_1} = -7.54 \cdot 10^4\ \dfrac{J}{mol}$ $\quad J := \dfrac{-\Delta H_1}{c_p} = 1005\ \Delta °C$

La conversión máxima alcanzable está en el corte de la recta adiabática con la curva de equilibrio:

Recta adiabática: $T_{ad} = T_a + J \cdot X_{ad}$

Curva de equilibrio: $\dfrac{X_{ad}}{1 - X_{ad}} = K_{c0} \cdot exp\left(\dfrac{-\Delta H_{ref}}{R \cdot T_{ad}}\right)$

Combinandolas: $\dfrac{X_{ad}}{1 - X_{ad}} = K_{c0} \cdot exp\left(\dfrac{-\Delta H_{ref}}{R \cdot \left(T_a + J \cdot X_{ad}\right)}\right)$

$$X_{ad} := \mathbf{root}\left(\frac{X}{1 - X} - K_{c0} \cdot \exp\left(\frac{-\Delta H_{ref}}{R \cdot \left(T_0 + J \cdot X\right)}\right), X\right) = 0.107$$

$X_{ad} = 0.107$ $\quad T_{ad} := T_0 + J \cdot X_{ad} = 128\ °C$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 6.5

En una instalación de producción de hidrógeno se obtienen 10 Tm/día. El proceso se basa en la reacción.

$$CO(g) + H_2O\ (g) \rightarrow CO_2(g) + H_2(g)$$

que se realiza haciendo fluir una corriente de CO y vapor de agua por un lecho catalítico, a presión próxima a la atmosférica y en régimen estacionario. El reactor está refrigerado mediante una camisa por la que circula agua. La mezcla alimento se introduce en el reactor a 150 ºC y el producto se extrae a 480 ºC. Para conseguir que la conversión del CO sea total, se emplea un 50% de exceso de vapor de agua sobre el estequiométrico.
Calcular los kg/h de agua de refrigeración que serán necesarios si su temperatura no ha de aumentar más de 20 ºC respecto de su valor de entrada.

Datos y notas:
Capacidades caloríficas molares medias entre 25 y 150ºC (en J/mol·K):
Cp(CO) = 29.30 Cp(H_2O) = 34.16 (gas).
Capacidades caloríficas molares medias entre 25 y 480ºC (en J/mol·K):
Cp(CO) = 44.79 Cp(H_2O) = 35.58 (gas) Cp(H_2) = 29.30.
Entalpías de formación a 298 K y 1 atm (en J/mol):
$\Delta H_f(CO_2)$ = -393702 $\Delta H_f(CO)$ = -110577 $\Delta H_f(H_2O)$ = -241942 (gas).

DATOS

Establecemos las siguientes asignaciones: $A_1=A_k=CO$ $A_2=H_2O$ $A_3=CO_2$ $A_4=H_2$

Esquema de reacción: $-A_1-A_2+A_3+A_4=0$ siendo: $v_1 := -1$ $v_2 := -1$ $v_3 := 1$ $v_4 := 1$

Producción másica de hidrógeno: $m_4 := \frac{10000}{24 \cdot 3600} \cdot \frac{kg}{s} = 115.741\ \frac{gm}{s}$

Producción molar de hidrógeno: $PM_4 := 2 \cdot \frac{gm}{mol}$ $F_4 := \frac{m_4}{PM_4} = 57.87\ \frac{mol}{s}$

Exceso de agua: 50%

Grado de conversión: $X_f := 1$

Temperatura de entrada: $T_0 := 150\ °C$

Temperatura de salida: $T_s := 480\ °C$

Temperatura de referencia: $T_{ref} := 25\ °C$

Entalpías de formación:

$\Delta H_{f1} := -110577 \cdot \frac{J}{mol}$ $\Delta H_{f2} := -241942 \cdot \frac{J}{mol}$ $\Delta H_{f3} := -393702 \cdot \frac{J}{mol}$ $\Delta H_{f4} := 0 \cdot \frac{J}{mol}$

Calores específicos medios:

Corriente entrada: $c_{p10} := 29.3 \cdot \frac{J}{mol \cdot K}$ $c_{p20} := 34.16 \cdot \frac{J}{mol \cdot K}$

Corriente salida: $c_{p2s} := 35.58 \cdot \frac{J}{mol \cdot K}$ $c_{p3s} := 44.79 \cdot \frac{J}{mol \cdot K}$ $c_{p4s} := 29.3 \cdot \frac{J}{mol \cdot K}$

Datos de la refrigeración (agua):

Cambio temperatura: $\Delta T_a := 20 \cdot \Delta °C$

Calor específico agua: $c_{pa} := 75 \cdot \frac{J}{mol \cdot K}$

Peso molecular agua: $PM_a := 18 \cdot \frac{gm}{mol}$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

SOLUCIÓN

Planteando el balance de energía: $\Delta\left(F\cdot h\right)=q$

Los caudales molares se obtendrán a partir de las relaciones estequiométricas:

$$F_{10}:=\frac{F_4}{X_f}=57.87\ \frac{mol}{s} \qquad F_1:=F_{10}\cdot\left(1-X_f\right)=0\ \frac{mol}{s}$$

$$F_{20}:=F_{10}\cdot\left(1+0.5\right)=86.806\ \frac{mol}{s} \qquad F_2:=F_{20}-F_{10}\cdot X_f\cdot\frac{v_2}{v_1}=28.935\ \frac{mol}{s}$$

$$F_{30}:=0\cdot\frac{kmol}{s} \qquad F_3:=F_{30}-F_{10}\cdot X_f\cdot\frac{v_3}{v_1}=57.87\ \frac{mol}{s}$$

$$F_{40}:=0\cdot\frac{kmol}{s} \qquad F_4=F_3=57.87\ \frac{mol}{s}$$

La entalpía molar específica de cada especie hay que obtenerla a partir de la ecuación de Kirchoff:

$$\Delta h=\Delta h_0+\int_{T_0}^{T}c_p\,\mathrm{d}T=\Delta h_0+c_p\cdot\left(T-T_0\right)$$

Las entalpías de las especies presentes en la corriente de entrada son:

$$h_{10}:=\Delta H_{f1}+c_{p10}\cdot\left(T_0-T_{ref}\right)=-1.069\cdot10^5\ \frac{J}{mol}$$

$$h_{20}:=\Delta H_{f2}+c_{p20}\cdot\left(T_0-T_{ref}\right)=-2.377\cdot10^5\ \frac{J}{mol}$$

Las entalpías de las especies presentes en la corriente de salida son:

$$h_{2s}:=\Delta H_{f2}+c_{p2s}\cdot\left(T_s-T_{ref}\right)=-2.258\cdot10^5\ \frac{J}{mol}$$

$$h_{3s}:=\Delta H_{f3}+c_{p3s}\cdot\left(T_s-T_{ref}\right)=-3.733\cdot10^5\ \frac{J}{mol}$$

$$h_{4s}:=\Delta H_{f4}+c_{p4s}\cdot\left(T_s-T_{ref}\right)=\left(1.333\cdot10^4\right)\ \frac{J}{mol}$$

Ya se puede calcular la cantidad de calor transmitido por unidad de tiempo:

$$q:=\left(F_2\cdot h_{2s}+F_3\cdot h_{3s}+F_4\cdot h_{4s}\right)-\left(F_{10}\cdot h_{10}+F_{20}\cdot h_{20}\right)=-5.466\cdot10^5\ W$$

Este calor se ha retirado por el agua de refrigeración:

$$q=F_a\cdot c_{pa}\cdot\Delta T_a$$

luego el caudal de agua necesario será:

$$F_a:=\frac{-q}{c_{pa}\cdot\Delta T_a}=364.4\ \frac{mol}{s}$$

$$m_a:=F_a\cdot PM_a=6.56\ \frac{kg}{s}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Problema 6.6

La reacción endotérmica en fase líquida

A + B → 2C

tiene lugar, de modo casi completo, en un RCTA en régimen estacionario. Determinar la temperatura de operación suponiendo que la agitación dentro del reactor es perfecta y teniendo en cuenta los siguientes datos:

- El volumen del reactor es 475 litros.
- El área de intercambio de calor es 1 m^2 .
- La temperatura de condensación del vapor de calefacción es 185.5 ºC.
- El coeficiente global de transmisión de calor es 850 W/(m^2 ·K).
- La potencia del agitador es 18.5 kW.
- El calor de reacción es 46520 kJ/kmol (independiente de la temperatura).
- Alimento 10 kmol/h de cada una de las especies A y B.
- Temperatura del alimento: 25 ºC.
- Calores específicos en kJ/(kmol·K): Cp_A = 102, Cp_B = 102, Cp_C = 110.

DATOS

Esquema de reacción: -A - B + 2C = 0 $\nu_A := -1$ $\nu_B := -1$ $\nu_C := 2$

Entalpía de reacción (independiente de temperatura): $\Delta H_r := 46520 \ \frac{J}{mol}$

Calores específicos: $c_{pA} := 102 \cdot \frac{kJ}{kmol \cdot K}$ $c_{pB} := 102 \cdot \frac{kJ}{kmol \cdot K}$ $c_{pC} := 110 \cdot \frac{kJ}{kmol \cdot K}$

Temperatura entrada al reactor : $T_0 := 25 \ °C$

Volumen del reactor: $V_r := 0.475 \cdot m^3 = 475 \ L$

Área del reactor: $A_r := 1 \ m^2$

Coeficiente global intercambio calor: $U := 850 \ \frac{W}{m^2 \cdot K}$

Temperatura vapor del intercambiador de calor: $T_{vap} := 185.5 \ °C$

Potencia aportada por el agitador: $w := 18500 \ W$

Caudales: $F_{10} := 10 \ \frac{kmol}{hr} = 2.778 \ \frac{mol}{s}$ $F_{20} := F_{10}$

Conversión: $X := 1$

SOLUCIÓN 1

Planteando el balance de energía en su forma extendida:

$$\sum_j \left(F_{j0} \cdot c_{pj} \cdot \left(T - T_0\right)\right) + F_{k0} \cdot \Delta H_r \cdot X_s = q + w$$

El calor intercambiado se puede expresar: $q = U \cdot A_r \cdot \left(T_{vap} - T\right)$

Sustituyendo y despejando:

$$F_{10} \cdot c_{p1} \cdot \left(T - T_i\right) + F_{20} \cdot c_{p2} \cdot \left(T - T_i\right) + F_{10} \cdot \Delta H_r \cdot X = U \cdot A_r \cdot \left(T_{vap} - T\right) + w$$

$$2 \cdot F_{10} \cdot c_{p1} \cdot \left(T - T_i\right) + F_{10} \cdot \Delta H_r \cdot X = U \cdot A_r \cdot \left(T_{vap} - T\right) + w$$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

$$T := \frac{w - F_{10} \cdot \Delta H_r \cdot X + U \cdot A_r \cdot T_{vap} + 2 \cdot F_{10} \cdot c_{pA} \cdot T_0}{2 \cdot F_{10} \cdot c_{pA} + U \cdot A_r} = 43.1\ °C$$

SOLUCIÓN 2

También puede resolverse por la ecuación condensada, incluyendo *w* en el parámetro Q:

$$T - T_0 - J \cdot X = Q_{corregida}$$

Se calcula la J:

$$\Delta H_1 := \frac{-\Delta H_r}{v_A} = \left(4.652 \cdot 10^4\right)\ \frac{J}{mol} \qquad J := \frac{-\Delta H_1}{\frac{F_{10}}{F_{10}} \cdot c_{pA} + \frac{F_{20}}{F_{10}} \cdot c_{pB}} = -228.0\ \Delta°C$$

Se calcula la Q corregida:

$$Q_{corregida} := \frac{U \cdot A_r \cdot \left(T_{vap} - T\right) + w}{F_{10} \cdot c_{pA} + F_{20} \cdot c_{pB}} = 246.2\ \Delta°C$$

y, despejando en el balance de energía, se obtiene la temperatura del reactor:

$$T := Q_{corregida} + J \cdot X + T_0 = 43.1\ °C$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

ANEXOS

Formularios

Nomenclatura

A lo largo del texto, debido al software utilizado algún símbolo de unidades difiere del estandarizado, como:

Nombre de las unidades	Unidades SI	Unidades
Horas	h	hr
Días	día	day
Toneladas	t	tonne

Bloque I

Símbolo de la variable	Nombre de la variable	Unidades SI
A_j	Cualquier especie química que intervenga en el proceso	
A_k	Componente clave	
E	Entrada. Cantidad de materia que cruza la superficie límite del sistema de fuera a dentro, en un tiempo dado.	kg/s o kmol/s
S	Salida. Cantidad de materia que cruza la superficie límite del sistema de dentro a fuera, en un tiempo dado.	kg/s o kmol/s
A	Acumulación. Diferencia entre la cantidad propiedad existente dentro del sistema en un tiempo t + Δt y la cantidad de propiedad existente en un tiempo t.	
G_E	Generación. Cantidad de propiedad que aparece en el sistema en un Δt sin estar presente inicialmente ni haberse transferido a través de los límites del sistema.	$kg/(m^3 \cdot s)$
m_i	Caudal másico total de la corriente i	kg totales/s
m_{ji}	Caudal másico del componente A_j en la corriente i	kg A_j en la corriente i/s
ω_{ji}	Fracción másica del componente A_j en la corriente i	kg A_j/kg totales
F_i	Caudal molar total de la corriente i	mol totales/s
F_{ji}	Caudal molar del componente A_j en la corriente i	mol A_j en la corriente i/s
x_{ji}	Fracción molar del componente A_j en la corriente i	mol A_j/kg totales
PM_j	Peso molecular de la especie A_j	kg $A_{j/kmol}$ A_j
ρ	Densidad: masa contenida en un volumen de control en un tiempo t	kg/m^3
ρ_M	Densidad molar	mol/m^3
ρ_{Aj}	Densidad de la especie A_j	kg/m^3
ρ_{MAj}	Densidad molar de la especie A_j	mol A_j /m^3
M_0	Masa total contenida en el sistema en el instante inicial	kg
M	Masa total contenida en el sistema en un instante dado	kg
V_0	Volumen de control inicial	m^3
V	Volumen de control en un instante dado	m^3
$V_{máx}$	Volumen máximo	m^3
ω_0	Fracción másica inicial	kg A_j iniciales/kg totales
t	Tiempo	s
$Q_{L,i}$	Caudal volumétrico total en la corriente i	m^3/s

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Bloque II

Símbolo de la variable	Nombre de la variable	Unidades SI
c_p	Calor específico	J/(kg · K)
Q_v	Caudal volumétrico	m^3/s
z	Altura	M
T	Temperatura	K
q	Flujo de calor	W
q_{esp}	Flujo de calor específico	W/kg
$W_{nominal}$	Potencia nominal	W
W_{real}	Potencia real	W
W_{esp}	Potencia específica	W/kg
η	Rendimiento	
ν	Velocidad lineal media de la corriente	m/s
α	Coeficiente adimensional dependiente del tipo de flujo	Adimensional
h	Entalpía específica a una temperatura dada	J/kg
e_{pot}	Energía potencial	J/kg
e_{cin}	Energía cinética	J/kg
e_{total}	Energía total	J/kg
P	Presión	Pa
R	Constante de los gases ideales	8.314 J/(mol·K)
S	Superficie	m^2
μ	Viscosidad dinámica	kg/(m·s)
Re	Número de Reynolds	Adimensional
D	Diámetro de la conducción	m
U	Coeficiente global de transmisión de calor	$W/(m^2 \cdot K)$
C	Coeficiente de descarga del caudalímetro	Adimensional
Y	Factor de expansión	Adimensional

Bloque III

Símbolo de la variable	Nombre de la variable	Unidades SI
υ_j	Coeficiente estequiométrico de la especie A_j	
M_{j0}	Masa de la especie A_j en el momento inicial	kg A_j
M_j	Masa de la especie A_j en el momento t	kg A_j
N_{j0}	Moles de la especie A_j en el momento inicial	mol A_j
N_j	Masa de la especie A_j en el momento t	mol A_j
X	Grado de conversión	Adimensional
c_{j0}	Concentración de la especie A_j inicialmente en el reactor	mol A_j/m^3
c_j	Concentración de la especie A_j en el reactor	mol A_j/m^3
c_k	Concentración del componente clave	kg A_k/m^3
R_j	Velocidad de reacción intensiva respecto a A_j	mol A_j /(m^3·s)
r	Velocidad de la reacción única	mol/(m^3·s)
k	Constante de velocidad	
k_d, k_i	Constante de velocidad directa e indirecta	
A_d, A_i	Factores preexponenciales de las constantes de velocidad	
E_d, E_i	Energía de activación	
K_c	Constante termodinámica	
τ	Tiempo espacial de un reactor continuo de tanque agitado (RCTA)	s

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Bloque IV

Símbolo de la variable	Nombre de la variable	Unidades SI
J	Cociente entre la variación de la entalpía de reacción y la capacidad calorífica del alimento por mol de componente clave, cambiando de signo.	K
Q	Cociente entre el calor de intercambiado por el sistema y la capacidad calorífica del alimento.	K
θ_j	Razón molar de cada componente respecto al componente clave	
ΔH_k	Calor de reacción por mol de componente clave	J/mol
X	Grado de conversión	
T_0	Temperatura a la entrada del reactor	K
T	Temperatura a la salida del reactor	K
ΔG	Variación de energía de Gibbs	J/mol

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

BLOQUE I. Balances de materia en sistemas sin reacción química

---

Ecuaciones generales:

Balance de materia total (unidades másicas): $\int_A \rho \cdot (\vec{v} \cdot \vec{n})\, \mathrm{d}A + \frac{d}{dt}\int_V \rho\, \mathrm{d}V = 0$ $\left(\frac{kg}{s}\right)$

Balance de materia total (unidades molares): $\int_A \rho_M \cdot (\vec{v} \cdot \vec{n})\, \mathrm{d}A + \frac{d}{dt}\int_V \rho_M\, \mathrm{d}V = \int_V G\, \mathrm{d}V$ $\left(\frac{kmol}{s}\right)$

Sin reacción química o sin variación en número de moles: $\int_A \rho_M \cdot (\vec{v} \cdot \vec{n})\, \mathrm{d}A + \frac{d}{dt}\int_V \rho_M\, \mathrm{d}V = 0$ $\left(\frac{kmol}{s}\right)$

Balance de materia a un componente (unidades másicas): $\int_A \rho_j \cdot (\vec{v} \cdot \vec{n})\, \mathrm{d}A + \frac{d}{dt}\int_V \rho_j\, \mathrm{d}V = \int_V G_{mj}\, \mathrm{d}V$ $\left(\frac{kg_A_j}{s}\right)$

Balance de materia a un componente (unidades molares): $\int_A \rho_{Mj} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{n})\, \mathrm{d}A + \frac{d}{dt}\int_V \rho_{Mj}\, \mathrm{d}V = \int_V G_j\, \mathrm{d}V$ $\left(\frac{kmol_A_j}{s}\right)$

Sistemas finitos:

BM total (másico): $\Delta m + \frac{dM}{dt} = 0$ $\left(\frac{kg}{s}\right)$

BM total (volumétrico), $\rho = cte$: $\Delta Q_v + \frac{dV}{dt} = 0$ $\left(\frac{m^3}{s}\right)$

BM componente (másico): $\Delta m_j + \frac{dM_j}{dt} = \int_V G_{mj}\, \mathrm{d}V$ $\quad \Delta(m \cdot \omega_j) + \frac{d(M \cdot \omega_j)}{dt} = \int_V G_{mj}\, \mathrm{d}V$ $\left(\frac{kg_A_j}{s}\right)$

BM total (molar): $\Delta F_t + \frac{dN_t}{dt} = \int_V G\, \mathrm{d}V$ $\left(\frac{kmol}{s}\right)$

BM componente (molar): $\Delta F_j + \frac{dN_j}{dt} = \int_V G_j\, \mathrm{d}V$ $\quad \Delta(F_t \cdot x_j) + \frac{d(N_t \cdot x_j)}{dt} = \int_V G_j\, \mathrm{d}V$ $\left(\frac{kmol_A_j}{s}\right)$

Sistemas finitos, sin generación (G=0), en régimen estacionario (A=0):

BM total (másico): $\Delta m = 0$ $\quad \sum_{Salida} m = \sum_{Entrada} m$ $\left(\frac{kg}{s}\right)$

BM total (volumétrico): $\Delta Q_V = 0$ $\quad \sum_{Salida} Q_V = \sum_{Entrada} Q_V$ $\left(\frac{m^3}{s}\right)$

BM componente (másico): $\Delta m_j = 0$ $\quad \sum_{Salida} m_j = \sum_{Entrada} m_j$ $\left(\frac{kg_A_j}{s}\right)$

$\Delta(m \cdot \omega_j) = 0$ $\quad \sum_{Salida} (m \cdot \omega_j) = \sum_{Entrada} (m \cdot \omega_j)$ $\left(\frac{kg_A_j}{s}\right)$

BM total (molar): $\Delta F_t = 0$ $\quad \sum_{Salida} F_t = \sum_{Entrada} F_{t0}$ $\left(\frac{kmol}{s}\right)$

BM componente (molar): $\Delta F_j = 0$ $\quad \sum_{Salida} F_j = \sum_{Entrada} F_{j0}$ $\left(\frac{kmol_A_j}{s}\right)$

$\Delta(F_t \cdot x_j) = 0$ $\quad \sum_{Salida} (F_t \cdot x_j) = \sum_{Entrada} (F_{t0} \cdot x_{j0})$ $\left(\frac{kmol_A_j}{s}\right)$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

BLOQUE II. Balances de energía total en sistemas sin reacción química

---

Balance de energía total

Ecuación general: $$\int_A \left(h+e_p+e_k\right)\,\rho\left(\overrightarrow{v}\;\overrightarrow{n}\right)\mathrm{d}A+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \left(u+e_p+e_k\right)\,\rho\,\mathrm{d}V=q+w+\int_V G_E\,\mathrm{d}V \qquad \left(\frac{J}{s}\right)$$

En sistemas sin generación (G_E=0)

$$\int_A \left(h+e_p+e_k\right)\,\rho\left(\overrightarrow{v}\;\overrightarrow{n}\right)\mathrm{d}A+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \left(u+e_p+e_k\right)\,\rho\,\mathrm{d}V=q+w \qquad \left(\frac{J}{s}\right)$$

si además, las corrientes están definidas y el sistema es estacionario:

$$\Delta\left(m\cdot h\right)+g\cdot\Delta\left(m\cdot z\right)+\frac{1}{2}\cdot\Delta\left(\frac{m\cdot v^2}{\alpha}\right)=q+w \qquad \left(\frac{J}{s}\right)$$

si además, solo hay dos corrientes (m = $m_{entrada}$ = m_{salida}):

$$\Delta h+g\cdot\Delta z+\frac{1}{2}\cdot\Delta\,\frac{v^2}{\alpha}=q_{esp}+w_{esp} \qquad \text{siendo:} \qquad q_{esp}=\frac{q}{m} \quad w_{esp}=\frac{w}{m} \qquad \left(\frac{J}{kg}\right)$$

si además, no hay cambios de fase: $h^T=h^0+c_p\cdot\left(T-T^0\right)$

$$c_p\cdot\Delta T+g\cdot\Delta z+\frac{1}{2}\cdot\Delta\,\frac{v^2}{\alpha}=q_{esp}+w_{esp} \qquad \left(\frac{J}{kg}\right)$$

Balance de energía mecánica

Ecuación general: $$\int_A \left(P\cdot v+e_p+e_k\right)\,\rho\left(\overrightarrow{v}\;\overrightarrow{n}\right)\mathrm{d}A+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \left(e_p+e_k\right)\,\rho\,\mathrm{d}V=w+\int_V G_E\,\mathrm{d}V \qquad \left(\frac{J}{s}\right)$$

En sistemas con corrientes finitas, sin generación (G_E=0), en estado estacionario:

$$\Delta\left(P\cdot v\right)+g\cdot\Delta z+\frac{1}{2}\cdot\Delta\left(\frac{v^2}{\alpha}\right)=w_{esp}-e_v \qquad \text{siendo:} \qquad e_v=\frac{E_v}{m} \qquad \left(\frac{J}{kg}\right)$$

para tramos rectos: $E_v=4\cdot m\cdot f\cdot\frac{L}{D}\cdot v^2$ siendo f el factor de fricción

para accidentes: $E_v=K\cdot v^2$

si además, el flujo es ideal (e_v=0) y no hay bombas ni compresores (w=0):

$$\Delta\left(P\cdot v\right)+g\cdot\Delta z+\frac{1}{2}\cdot\Delta\left(\frac{v^2}{\alpha}\right)=0 \qquad \left(\frac{J}{kg}\right)$$

para fluidos incompresibles (Ec. Bernouilli):

$$\frac{\Delta P}{\rho}+g\cdot\Delta z+\frac{1}{2}\cdot\Delta\left(\frac{v^2}{\alpha}\right)=0 \qquad \frac{P_2-P_1}{\rho}+g\left(z_2-z_1\right)+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{{v_2}^2}{\alpha_2}-\frac{{v_1}^2}{\alpha_1}\right)=0 \qquad \left(\frac{J}{kg}\right)$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

Caudalímetros

Caudal másico:

Diafragmas, boquillas y venturímetros: $$m = C \cdot Y \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \rho_1 \cdot \Delta P}{1-\beta^4}} \qquad \left(\frac{kg}{s}\right)$$

Rotámetros $$m = C_R \cdot Y \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \rho \cdot V_f \cdot (\rho_f - \rho)}{A_f \cdot \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^4\right)}} \qquad \left(\frac{kg}{s}\right)$$

Caudal volumétrico:

Diafragmas, boquillas y venturímetros: $$Q_V = C \cdot Y \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \Delta P}{\rho_1 \cdot (1-\beta^4)}} \qquad \left(\frac{m^3}{s}\right)$$

Factor de expansión:

Fluido incompresible: $Y = 1$

Fluido compresible: $$Y = \sqrt{\frac{1-\beta^4}{1-\beta^4 \cdot r^{\left(\frac{2}{\gamma}\right)}} \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot r^{\left(\frac{2}{\gamma}\right)} \cdot \frac{1 - r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1-r}} \qquad r = \frac{P_2}{P_1} \qquad \gamma = \frac{c_p}{c_V}$$

Diafragmas: $$Y = 1 - \frac{P_1 - P_2}{\gamma \cdot P_1} \cdot (0.41 + 0.35 \cdot \beta^4) \qquad 0.2 < \beta < 0.8$$

Boquillas y venturímetros: $$Y = 1 - \frac{P_1 - P_2}{\gamma \cdot P_1} \cdot (0.8 + 0.8 \cdot \beta^4)$$

Rotámetros: $Y = 1$

Coeficiente descarga:

Diafragmas:	Figura 4.1	$C = 0.6$	$Re > 10000$
Boquillas y venturímetros:	Figura 4.2	$C = 0.95$	$Re > 3000$
Rotámetros:	Figura 4.1		

Pérdida de presión permanente:

Diafragmas: $$\Delta P_{permanente} = (1-\beta^2) \cdot \Delta P_{diafragma} \qquad (Pa)$$

Boquillas: $$\Delta P_{permanente} = \frac{1-\beta^2}{1+\beta^2} \cdot \Delta P_{orificio} \qquad (Pa)$$

Venturímetros $$\Delta P_{permanente} = 0.10 \cdot \Delta P_{venturímetro} \qquad (Pa)$$

Rotámetros: $$\Delta P_{permanente} = 0 \qquad (Pa)$$

Figura 4.1. Diafragmas y rotámetros

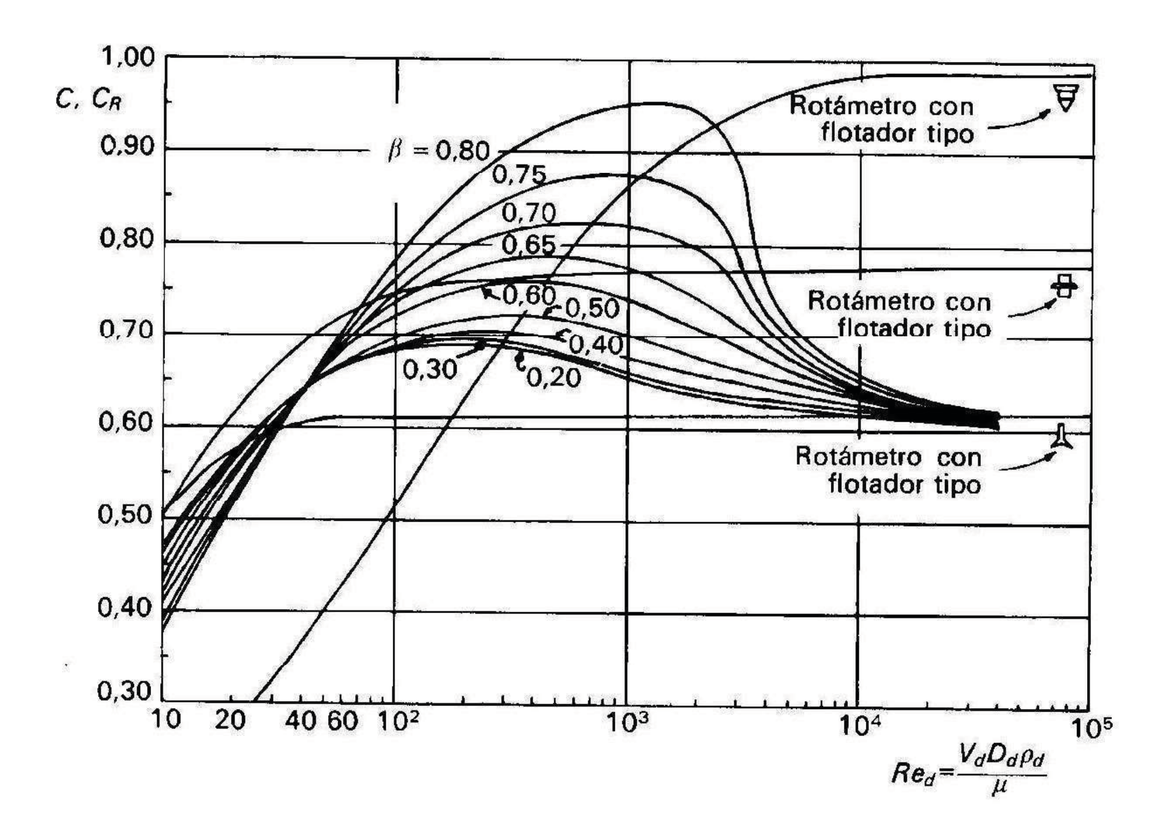
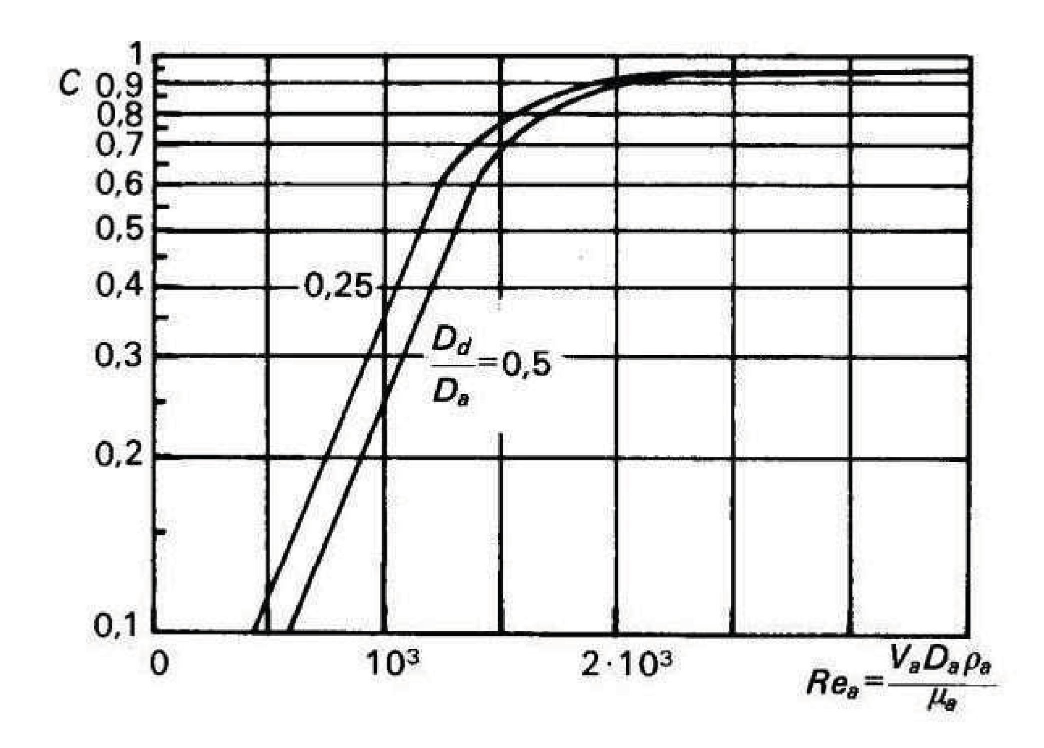


Figura 4.2. Boquillas y venturímetros



ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

BLOQUE III. Balances de materia en sistemas con reacción química.

Estequiometría

Número de reacciones:	**R=1**		**R>1**		
Esquema de reacción:	$\sum_{j=1}^{S}\left(v_j \cdot A_j\right)=0$		$\sum_{j=1}^{S}\left(v_{ij} \cdot A_j\right)=0$	$i=1..R$	
Conversión molar:	$\xi=\frac{N_j-N_{j0}}{v_j}$	$N_j=N_{j0}+v_j \cdot \xi$	$N_j=N_{j0}+\sum_{i=1}^{R}\left(v_{ij} \cdot \xi_i\right)$	$j=1..S$	(mol)
Conversión intensiva	$\chi=\frac{c_j-c_{j0}}{v_j}$	$c_j=c_{j0}+v_j \cdot \chi$	$c_j=c_{j0}+\sum_{i=1}^{R}\left(v_{ij} \cdot \chi_i\right)$	$j=1..S$	$\left(\frac{mol}{m^3}\right)$

Reactivo limitante: $\left|\frac{N_j}{v_j}\right| min$ $\left|\frac{F_j}{v_j}\right| min$ $\left|\frac{c_j}{v_j}\right| min$ $\left|\frac{x_j}{v_j}\right| min$

Exceso reactivo A_j:

$$Exceso_Aj=\frac{N_{j0}-N_{k0} \cdot \frac{v_j}{v_k}}{N_{k0} \cdot \frac{v_j}{v_k}}=\frac{F_{j0}-F_{k0} \cdot \frac{v_j}{v_k}}{F_{k0} \cdot \frac{v_j}{v_k}}=\frac{c_{j0}-c_{k0} \cdot \frac{v_j}{v_k}}{c_{k0} \cdot \frac{v_j}{v_k}}=\frac{x_{j0}-x_{k0} \cdot \frac{v_j}{v_k}}{x_{k0} \cdot \frac{v_j}{v_k}}$$

Razones iniciales: $\theta_j=\frac{N_{j0}}{N_{k0}}=\frac{F_{j0}}{F_{k0}}=\frac{c_{j0}}{c_{k0}}=\frac{x_{j0}}{x_{k0}}$

Grado de conversión, X: $X=\frac{N_{k0}-N_k}{N_{k0}}=\frac{F_{k0}-F_k}{F_{k0}}=\frac{c_{k0}-c_k}{c_{k0}}=\frac{x_{k0}-x_k}{x_{k0}}$ $\sum_{i}^{R} X_i=1$

	R=1	R>1	
Sistema estático	$N_k=N_{k0} \cdot (1-X)$	$N_k=N_{k0} \cdot \left(1-\sum_{i=1}^{R} X_i\right)$	(mol)
	$N_j=N_{j0}-N_{k0} \cdot X \cdot \frac{v_j}{v_k}$	$N_j=N_{j0}-N_{k0} \cdot \sum_{i=1}^{R}\left(X_i \cdot \frac{v_{ij}}{v_{ik}}\right)$	(mol)
	$N_j=N_{k0} \cdot \left(\theta_j-X \cdot \frac{v_j}{v_k}\right)$	$N_j=N_{k0} \cdot \left(\theta_j-\sum_{i=1}^{R}\left(X_i \cdot \frac{v_{ij}}{v_{ik}}\right)\right)$	(mol)
Sistema dinámico	$F_k=F_{k0} \cdot (1-X)$	$F_k=F_{k0} \cdot \left(1-\sum_{i=1}^{R} X_i\right)$	$\left(\frac{mol}{s}\right)$
	$F_j=F_{j0}-F_{k0} \cdot X \cdot \frac{v_j}{v_k}$	$F_j=F_{j0}-F_{k0} \cdot \sum_{i=1}^{R}\left(X_i \cdot \frac{v_{ij}}{v_{ik}}\right)$	$\left(\frac{mol}{s}\right)$
	$F_j=F_{k0} \cdot \left(\theta_j-X \cdot \frac{v_j}{v_k}\right)$	$F_j=F_{k0} \cdot \left(\theta_j-\sum_{i=1}^{R}\left(X_i \cdot \frac{v_{ij}}{v_{ik}}\right)\right)$	$\left(\frac{mol}{s}\right)$
Sist. estático/dinámico con ρ=cte ó Δv=0	$c_k=c_{k0} \cdot (1-X)$	$c_k=c_{k0} \cdot \left(1-\sum_{i=1}^{R} X_i\right)$	$\left(\frac{mol}{m^3}\right)$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

$$c_j = c_{j0} - c_{k0} \cdot X \cdot \frac{v_j}{v_k} \qquad c_j = c_{j0} - c_{k0} \cdot \sum_{i=1}^{R} \left(X_i \cdot \frac{v_{ij}}{v_{ik}} \right) \qquad \left(\frac{mol}{m^3} \right)$$

$$c_j = c_{k0} \cdot \left(\theta_j - X \cdot \frac{v_j}{v_k} \right) \qquad c_j = c_{k0} \cdot \left(\theta_j - \sum_{i=1}^{R} \left(X_i \cdot \frac{v_{ij}}{v_{ik}} \right) \right) \qquad \left(\frac{mol}{m^3} \right)$$

Sist. gaseosos con Δv, P ó T variables

$$c_j = \frac{N_j}{V} = \frac{F_j}{Q_v} = \frac{c_{k0} \cdot \left(\theta_j - X \cdot \frac{v_j}{v_k} \right)}{\left(\frac{P_0 \cdot T}{P \cdot T_0} \right) \cdot \left(1 + \varepsilon_k \cdot X \right)}$$

siendo: $\varepsilon_k = x_{k0} \cdot \delta \qquad \delta = \frac{\Delta v}{-v_k}$

P_0, T_0: presión y temperatura iniciales o del alimento

Sist.estático/dinámico

$$x_j = \frac{N_j}{N_t} = x_{k0} \cdot \left(\frac{\theta_j - X \cdot \frac{v_j}{v_k}}{1 + \varepsilon_k \cdot X} \right)$$

Rendimiento:

$$\Phi_j = \frac{moles_de_Aj_formados}{moles_de_Ak_iniciales} \cdot \left| \frac{v_k}{v_j} \right| = \frac{N_j - N_{j0}}{N_{k0}} \cdot \left| \frac{v_k}{v_j} \right| = \frac{F_j - F_{j0}}{F_{k0}} \cdot \left| \frac{v_k}{v_j} \right|$$

Selectividad:

$$\zeta_j = \frac{moles_de_Aj_formados}{moles_de_Ak_reaccionados} \cdot \left| \frac{v_{lk}}{v_{lj}} \right| = \frac{N_j - N_{j0}}{N_{k0} - N_k} \cdot \left| \frac{v_{lk}}{v_{lj}} \right| = \frac{F_j - F_{j0}}{F_{k0} - F_k} \cdot \left| \frac{v_{lk}}{v_{lj}} \right|$$

Cinética Química

Velocidad de reacción intensiva:

$$R_j = \frac{moles_de_Aj_reaccionados}{s \cdot m^3}$$

Velocidad de una reación:

$$r = \frac{R_j}{v_j} \qquad \left(\frac{mol}{m^3 \ s} \right)$$

Relación entre r y R_j:

$$R_j = v_j \cdot r \qquad R_j = \sum_{i=1}^{R} \left(v_{ij} \cdot r_i \right) \qquad j = 1 \,..\, S \qquad \left(\frac{mol_A_j}{m^3 \ s} \right)$$

Infuencia de la composición
$\beta_j = -v_j$ (reactivos)
$\gamma_j = v_j$ (productos)

$$r = k_D \cdot \prod_{j=1}^{S} c_j^{\beta_j} - k_I \cdot \prod_{j=1}^{S} c_j^{\gamma_j}$$

$$r = k_D \cdot \prod_{j=1}^{S} \left(c_{j0} - c_{k0} \cdot \frac{v_j}{v_k} \cdot X \right)^{\beta_j} - k_I \cdot \prod_{j=1}^{S} \left(c_{j0} - c_{k0} \cdot \frac{v_j}{v_k} \cdot X \right)^{\gamma_j} \qquad \left(\frac{mol}{m^3 \ s} \right)$$

Equilibrio (r=0)

$$K_c = \frac{k_D}{k_I} = \prod_{j=1}^{S} c_j^{\gamma_j - \beta_j} = \prod_{j=1}^{S} c_j^{v_j}$$

Influencia de la temperatura:

$$K_c = \frac{k_D}{k_I} = \frac{A_D \cdot e^{\frac{-E_D}{RT}}}{A_I \cdot e^{\frac{-E_I}{RT}}} = \frac{A_D}{A_I} \cdot e^{\frac{-(E_D - E_I)}{RT}} \qquad K_c = K \cdot e^{\frac{-\Delta H^o}{RT}}$$

ISBN: 978-84-19647-45-0
DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190

BLOQUE III y IV. Reactores ideales

Balances de materia

	N=1	N>1	
BM RCTA:	$c_{j0}-c_j+v_j\cdot\tau\cdot r=c_{k0}\cdot X_n+v_k\cdot\tau\cdot r=0$	$c_{jm}-c_{jn}+v_j\cdot\tau_n\cdot r_n=c_{k0}\cdot\left(X_n-X_m\right)+v_k\cdot\tau_n\cdot r_n=0$ siendo m=n-1	$\left(\dfrac{kmol}{m^3}\right)$
	$\tau=\dfrac{V}{Q_{v0}}=\dfrac{V}{\dfrac{F_{k0}}{c_{k0}}}=\dfrac{c_j-c_{j0}}{v_j\cdot r}=\dfrac{c_{k0}\cdot X}{-v_k\cdot r}$	$\tau_n=\dfrac{V_n}{Q_{v0}}=\dfrac{c_{k0}\cdot V_n}{F_{k0}}=\dfrac{\Delta c_j}{v_j\cdot r_n}=\dfrac{c_{k0}\cdot\Delta X}{-v_k\cdot r_n}$ siendo $\Delta c_j=c_{jn}-c_{jm}$, $\Delta X=X_n-X_m$	(s)
BM RFP:	$\tau=\dfrac{V}{Q_{v0}}=\dfrac{c_{k0}\cdot V}{F_{k0}}=\displaystyle\int_{c_{j0}}^{c_j}\frac{1}{v_j\cdot r}\,\mathrm{d}c_j$	$\tau_n=\dfrac{V_n}{Q_{v0}}=\dfrac{c_{k0}\cdot V_n}{F_{k0}}=\displaystyle\int_{c_{jm}}^{c_{jn}}\frac{1}{v_j\cdot r}\,\mathrm{d}c_j$	(s)
	$\tau=\displaystyle\int_0^X\frac{c_{k0}}{-v_k\cdot r}\,\mathrm{d}X$	$\tau_n=\displaystyle\int_{X_m}^{X_n}\frac{c_{k0}}{-v_k\cdot r}\,\mathrm{d}X$	(s)

BM RDTA: $\dfrac{dc_j}{dt}=v_j\cdot r$ $\qquad$ $\dfrac{dX}{dt}=\dfrac{-v_k\cdot r}{c_{k0}}$ $\qquad$ $t=\displaystyle\int_{c_{j0}}^{c_j}\frac{1}{v_j\cdot r}\,\mathrm{d}c_j=\int_0^X\frac{c_{k0}}{-v_k\cdot r}\,\mathrm{d}X$ $\qquad (s)$

$t=t_R$ $\qquad$ $t_T=t_c+t_R+t_d+t_o$ $\qquad$ $V_R=Q_V\cdot t_T$ $\qquad \left(m^3\right)$

Balances de energía

	N=1	N>1	
BE RCTA:	$T-T_0-J\cdot X=Q$	$T_n-T_m-J\cdot\left(X_n-X_m\right)=Q_n$	(^oC)
	siendo: $Q=\dfrac{q}{F_{k0}\cdot\sum_{j=1}^{S}\left(\theta_j\cdot c_{pj}\right)}$	$Q_n=\dfrac{q_n}{F_{k0}\cdot\sum_{j=1}^{S}\left(\theta_j\cdot c_{pj}\right)}$	$(\Delta{}^oC)$

$$J=\frac{-\Delta H_k}{\sum_{j=1}^{S}\left(\theta_j\cdot c_{pj}\right)} \qquad (\Delta{}^oC)$$

$$\theta_j=\frac{F_{j0}}{F_{k0}} \qquad \Delta H_k=\frac{\Delta H_f}{-v_k} \qquad \left(\frac{J}{(mol)}\right)$$

BE RDTA: $\dfrac{dT}{dt}-J\cdot\dfrac{dX}{dt}=Q$ $\left(\dfrac{\Delta{}^oC}{s}\right)$ $\qquad$ siendo: $Q=\dfrac{q}{N_{k0}\cdot\sum_{j=1}^{S}\left(\theta_j\cdot c_{pj}\right)}$

BE RFP: $\dfrac{dT}{dL}-J\cdot\dfrac{dX}{dL}=Q$

ISBN: 978-84-19647-45-0 DOI: http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia190